

# TILNÆRMET OG EKSAKT SPÆNDINGSFALD

- Tilnærmet eller eksakt?
- Tilnærmet geometrisk metode
- Tilnærmet kompleks metode
- Eksakte metoder



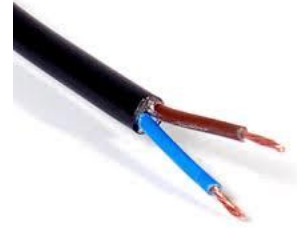
KELD DÝRMOSE



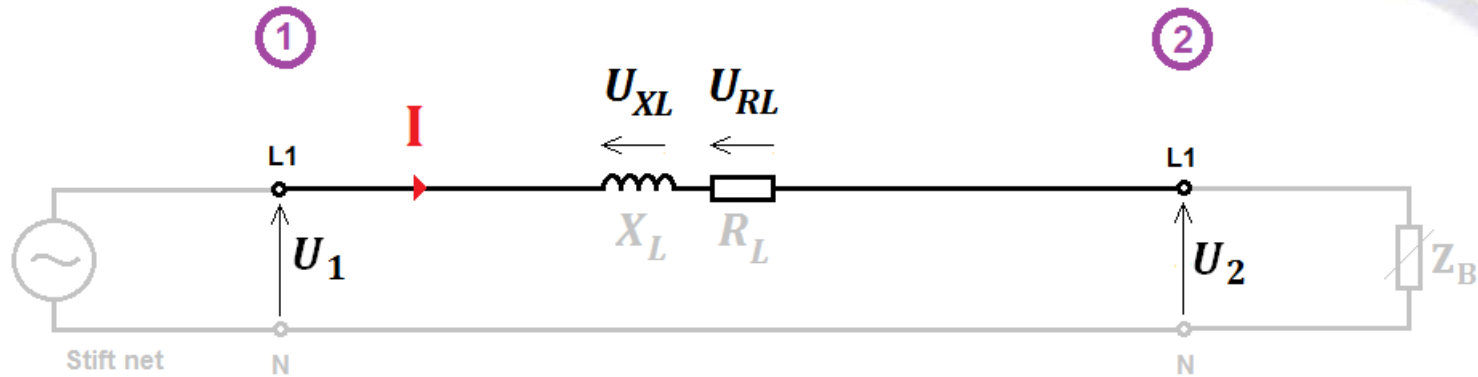
**AAMS**

Aarhus Maskinmesterskole  
Aarhus School of Marine and Technical Engineering

# Tilnærmet eller eksakt?



Ækvivalentskema:

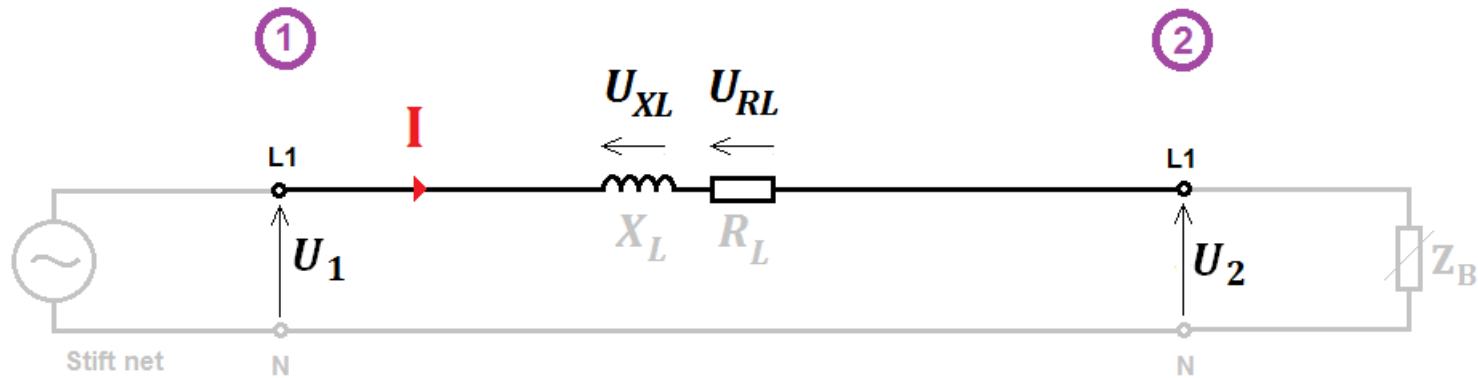


Hvad skal man vælge:

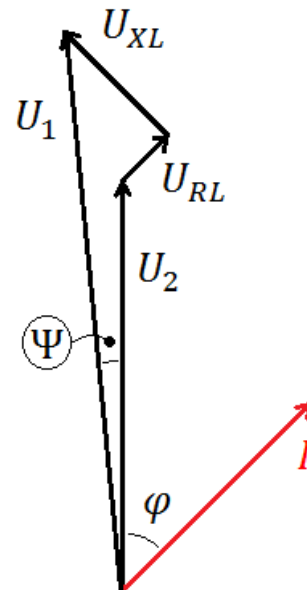
- Hvad er behovet?
- Hvilke muligheder er der?

# Tilnærmet geometrisk metode

Ækvivalentskema:

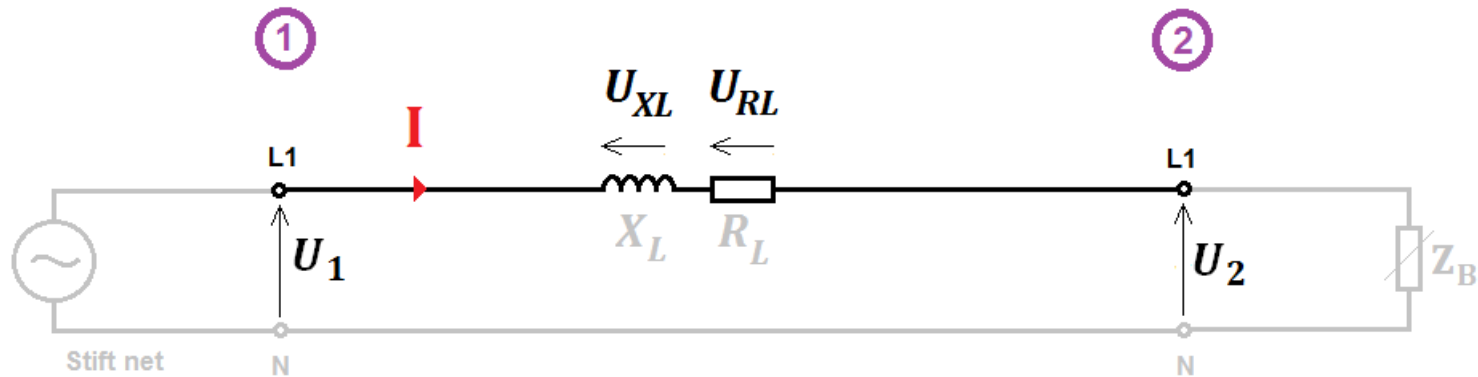


Vektordiagram (skitseret):

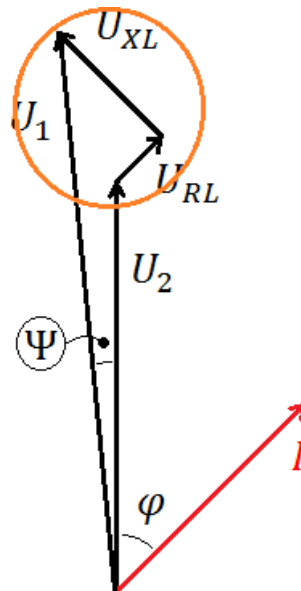


# Tilnærmet geometrisk metode

Ækvivalentskema:

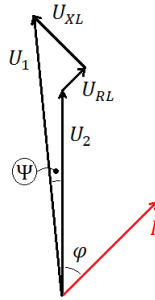
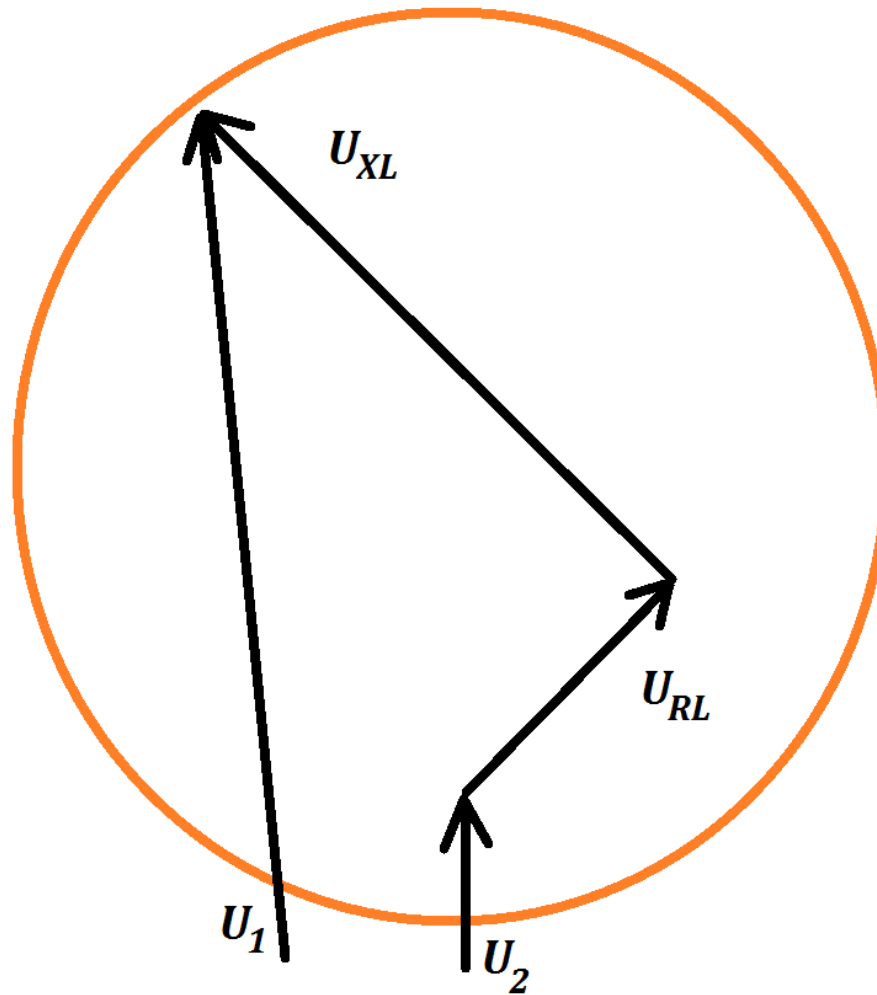


Vektordiagram (skitseret):



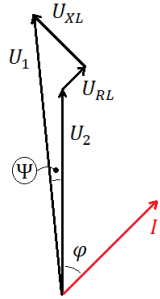
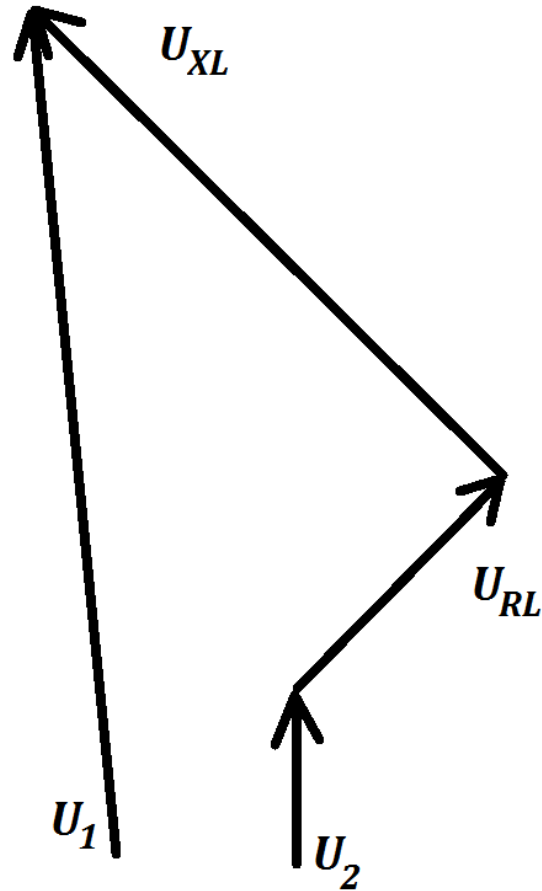
# Tilnærmet geometrisk metode

Vektordiagram (skitseret):



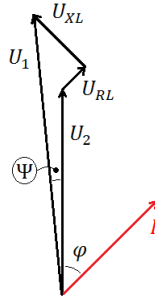
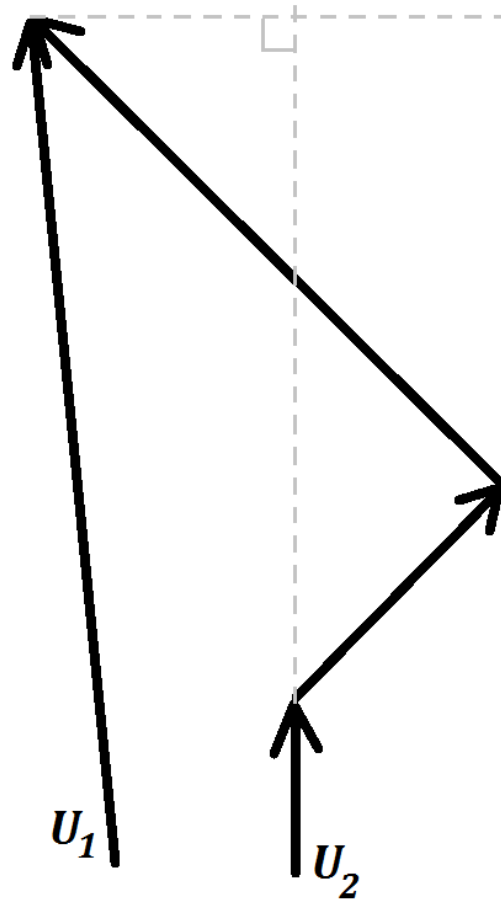
# Tilnærmet geometrisk metode

Vektordiagram (skitseret):



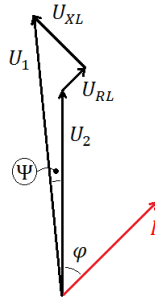
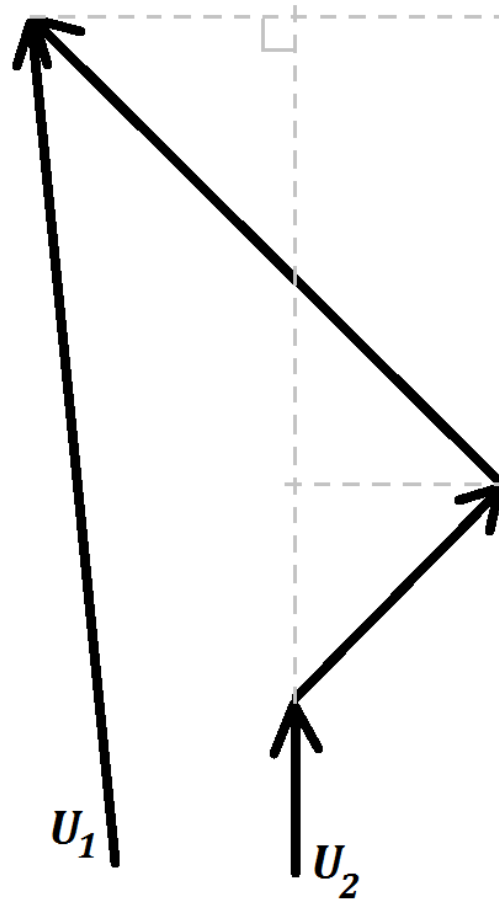
# Tilnærmet geometrisk metode

Vektordiagram (skitseret):



# Tilnærmet geometrisk metode

Vektordiagram (skitseret):



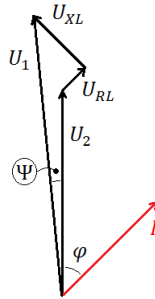
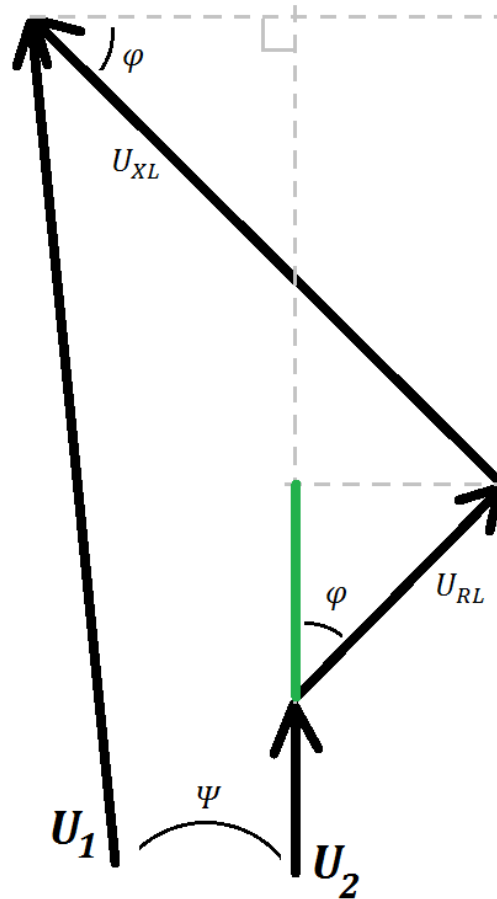


# Tilnærmet geometrisk metode

Geometrisk betragtning:

$$U_{RL} = I \cdot R_L$$

$$U_{XL} = I \cdot X_L$$



# Tilnærmet geometrisk metode

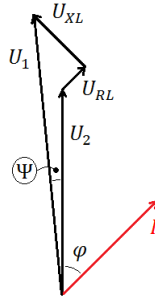
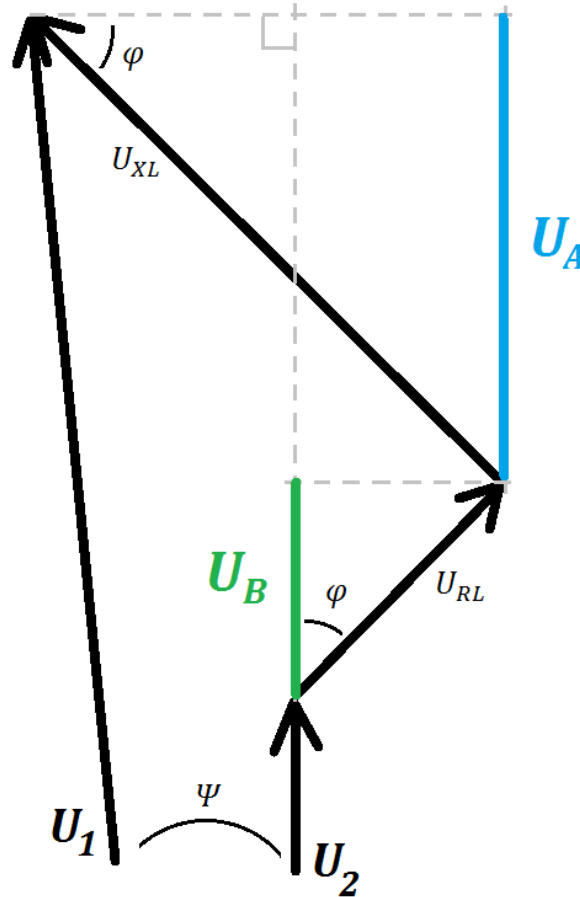
Geometrisk betragtning:

$$U_{RL} = I \cdot R_L$$

$$U_{XL} = I \cdot X_L$$

$$U_A = \sin \varphi \cdot U_{XL}$$

$$U_B = \cos \varphi \cdot U_{RL}$$



# Tilnærmet geometrisk metode

Geometrisk betragtning:

$$U_{RL} = I \cdot R_L$$

$$U_{XL} = I \cdot X_L$$

$$U_A = \sin \varphi \cdot U_{XL}$$

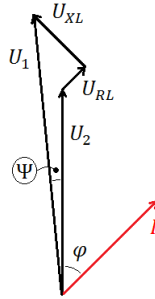
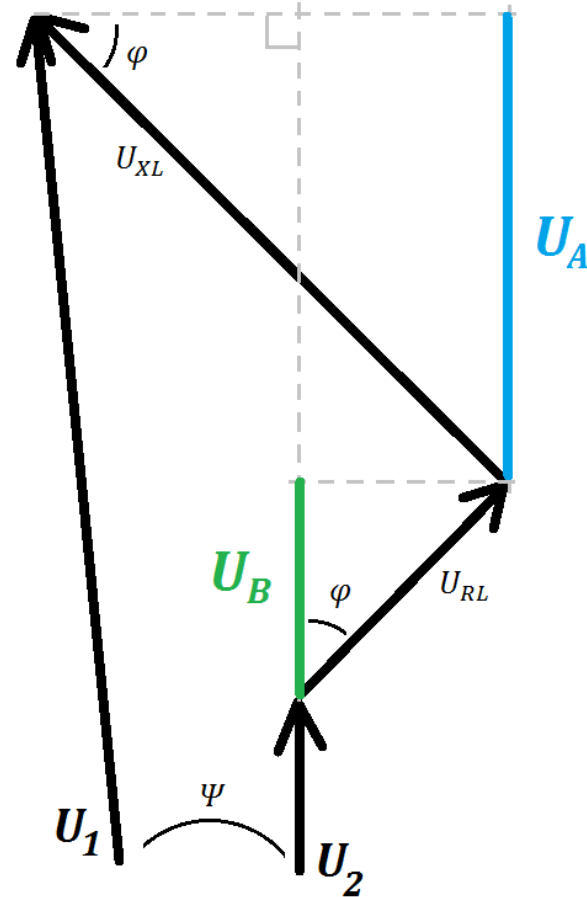
$$U_B = \cos \varphi \cdot U_{RL}$$

$$\Delta U = U_B + U_A \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta U = \cos \varphi \cdot U_{RL} + \sin \varphi \cdot U_{XL} \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta U = \cos \varphi \cdot I \cdot R_L + \sin \varphi \cdot I \cdot X_L \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta U = I \cdot (\cos \varphi \cdot R_L + \sin \varphi \cdot X_L)$$

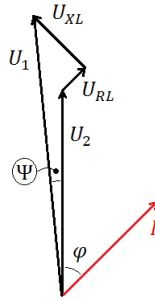
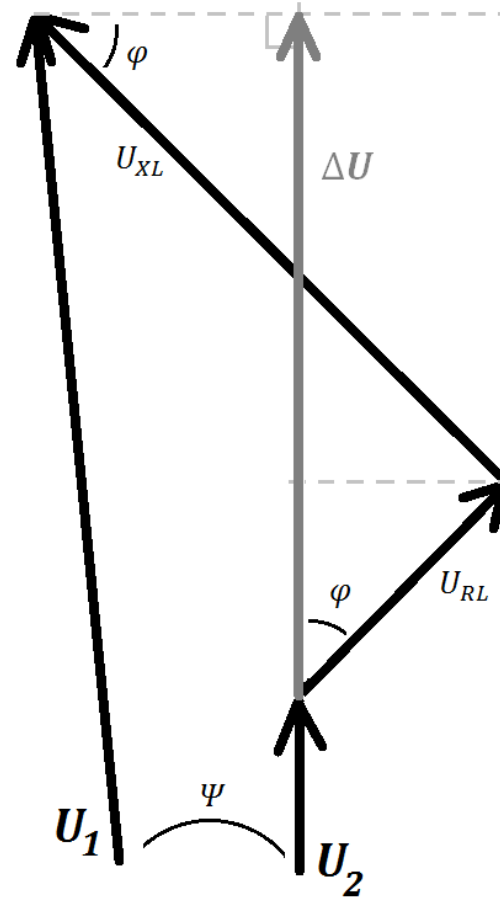


# Tilnærmet geometrisk metode

Spændingsfaldet:

$$\Delta U = I \cdot (\cos \varphi \cdot R_L + \sin \varphi \cdot X_L)$$

3 ting man bør være opmærksom på:



# Tilnærmet geometrisk metode

Spændingsfaldet:

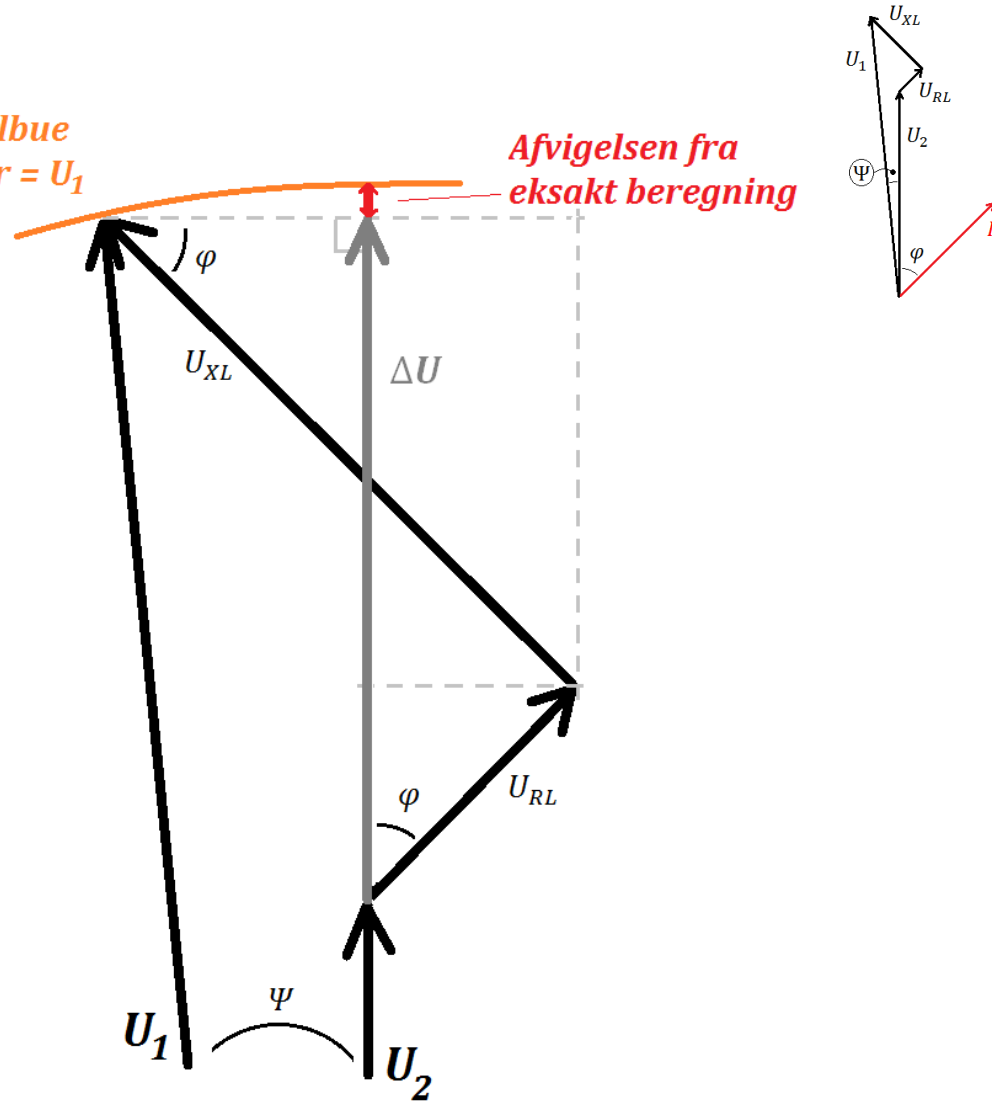
$$\Delta U = I \cdot (\cos \varphi \cdot R_L + \sin \varphi \cdot X_L)$$

3 ting man bør være opmærksom på:

- 1) Fejlen ved at bruge denne metode stiger med stigende  $\Psi$

cirkelbue  
med  $r = U_1$

Afvigelsen fra  
eksakt beregning



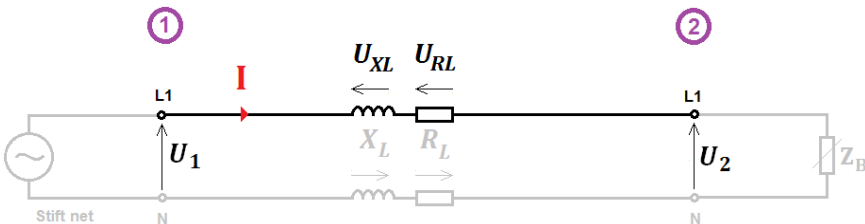
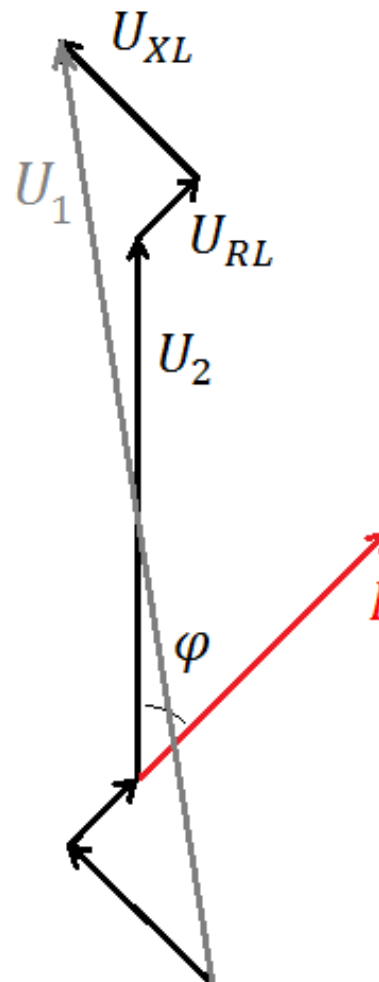
# Tilnærmet geometrisk metode

Spændingsfaldet:

$$\Delta U = I \cdot (\cos \varphi \cdot R_L + \sin \varphi \cdot X_L) \cdot 2$$

3 ting man bør være opmærksom på:

- 1) Fejlen ved at bruge denne metode stiger med stigende  $\Psi$
- 2) Husk at der ofte også vil være en spænding over returleder



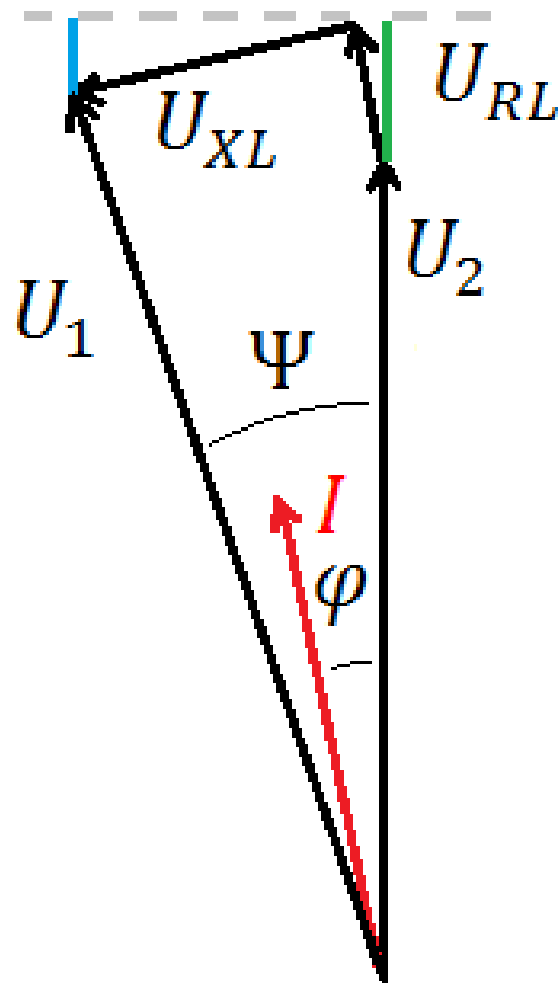
# Tilnærmet geometrisk metode

Spændingsfaldet:

$$\Delta U = I \cdot (\cos \varphi \cdot R_L - \sin \varphi \cdot X_L)$$

3 ting man bør være opmærksom på:

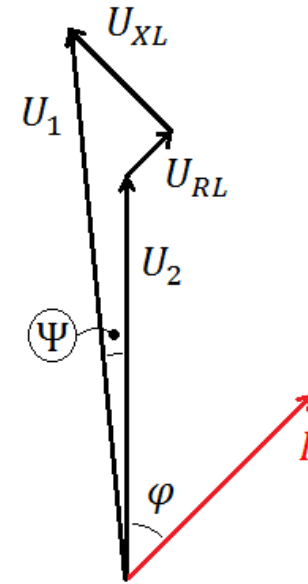
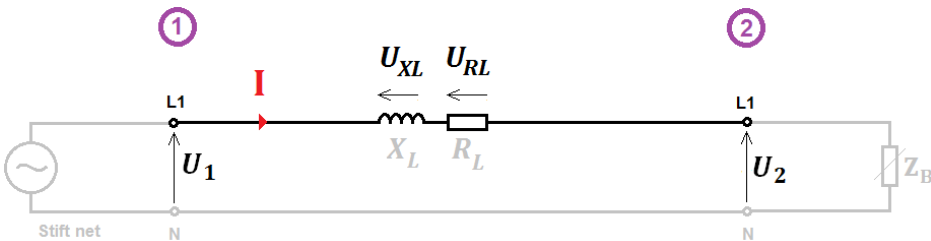
- 1) Fejlen ved at bruge denne metode stiger med stigende  $\Psi$
- 2) Husk at der ofte også vil være en spænding over returleder
- 3) Når belastningsstrømmen bliver kapacitiv, skal sinus-leddet fratrækkes cosinus-leddet (fejlen som pkt. 1)



# Tilnærmet geometrisk metode

Opsummerende kan spændingsfaldet beregnes som:

$$\Delta U = I \cdot (\cos \varphi \cdot R_L \pm \sin \varphi \cdot X_L)$$





# Tilnærmet geometrisk metode

## Eksempel:

$$U_{f1} = 230 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}, \quad I_B = 28 \text{ A} \angle 36^\circ \text{ induktiv}$$

$$s_{1-2} = 0,075 \text{ km}$$

$$r_{L1} = 7,41 \text{ } \Omega/\text{km} \Rightarrow R_{L1} = 7,41 \cdot 0,075 = 0,556 \text{ } \Omega$$

$$x_{L1} = 0,12 \text{ } \Omega/\text{km} \Rightarrow X_{L1} = 0,12 \cdot 0,075 = 0,009 \text{ } \Omega$$

Idet der kan ses bort fra nulleder impedansen, hvad er spændingsfaldet da?

$$\Delta U = I \cdot (\cos \varphi \cdot R_L \pm \sin \varphi \cdot X_L) \Rightarrow$$

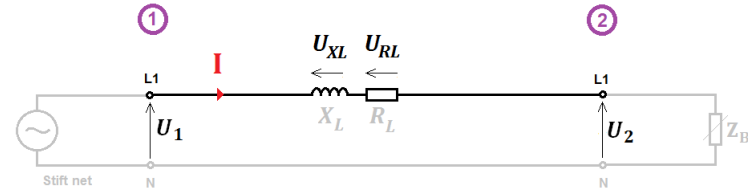
$$\Delta U = 28 \cdot (\cos 36 \cdot 0,556 + \sin 36 \cdot 0,009) \Leftrightarrow$$

$$\Delta U = 12,6 + 0,1 = \mathbf{12,7 \text{ V}}$$

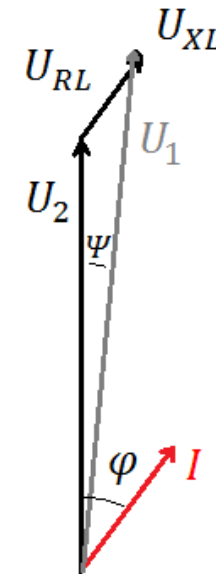
Husk at disse 2 spændinger IKKE er  $U_{RL}$  og  $U_{XL}$  men grøn og blå linjestykke

$$\text{Spændingen } U_{f2} \text{ bliver altså: } U_{f2} = U_{f1} - \Delta U = \mathbf{217,3 \text{ V}}$$

## Ækvivalentskema:



## Vektordiagram (skitseret):



$U_{XL}$  er så lille at den næsten ikke ses

$U_{RL}$  burde egentlig kun være ca. 1/4 af viste længde

# Tilnærmet kompleks metode

## Eksempel:

For at kunne beregne spændingsfaldet eksakt med komplekse tal, skal man kende spændingen i punktet 2.

En tilnærmet kompleks metode er derfor at antage at belastningsstrømmens vinkel  $\varphi$  kan knyttes til  $U_1$ .

Hvis vi bruger eksemplet fra før, og først ser på den korrekte komplekse opstilling med  $U_2$  som reference:

$$U_1 \angle \Psi = U_2 \angle 0 + U_{RL} \angle \varphi + U_{XL} \angle (\varphi + 90)$$

Lad os igen prøve at finde  $\Delta U$  og  $U_2$  med ellers samme værdier som i eksemplet før. Først findes  $U_2$ :

$$U_2 \angle 0 = U_1 \angle \Psi - U_{RL} \angle \varphi - U_{XL} \angle (\varphi + 90) \quad \Rightarrow$$

$$U_2 \angle \alpha = U_1 \angle 0 - (U_{RL} \angle \varphi) - (U_{XL} \angle (\varphi + 90)) \quad \Leftrightarrow$$

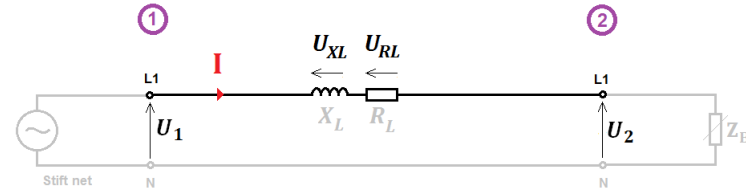
$$U_2 \angle \alpha = U_1 \angle 0 - (I \angle \varphi \cdot R_L \angle 0) - (I \angle \varphi \cdot X_L \angle (90)) \quad \Rightarrow$$

$$U_2 \angle \alpha = 230 \angle 0 - (28 \angle -36 \cdot 0,556 \angle 0) - (28 \angle -36 \cdot 0,009 \angle (90)) \quad \Leftrightarrow$$

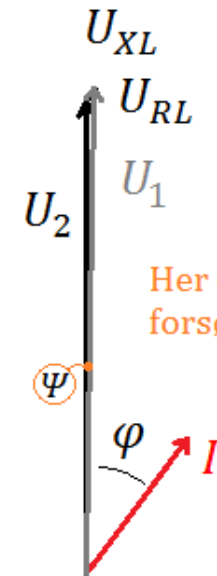
$$U_2 \angle \alpha = 230 \angle 0 - (15,6 \angle -36) - (0,3 \angle 54) = \mathbf{217,4 V}$$

$$\Delta U = |U_1| - |U_2| = 230 - 217,4 = \mathbf{12,6 V}$$

## Ækvivalentskema:



## Vektordiagram:



Her er vektordiagrammet forsøgt tegnet efter skala

# Eksakte metoder

## Kompleks eksakt metode:

Hvis spændingen i punktet 2 kendes, kan man først beregne den eksakte værdi af spændingen i punktet 1:

$$U_1 \angle \Psi = U_2 \angle 0 + U_{RL} \angle \varphi + U_{XL} \angle (\varphi + 90)$$

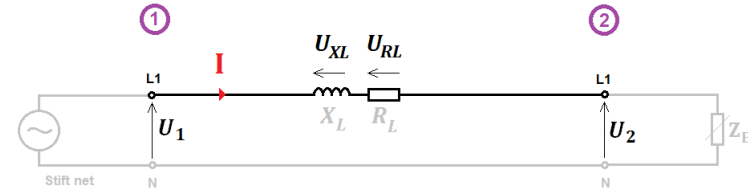
⇔

$$U_1 \angle \Psi = U_2 \angle 0 + (I \angle \varphi \cdot R_L \angle 0) + (I \angle \varphi \cdot X_L \angle + 90)$$

og dernæst spændingsfaldet:

$$\Delta U = |U_1| - |U_2|$$

## Ækvivalentskema:



# Eksakte metoder

## Eksemplet med eksakt metode:

Lad os anvende samme eksempel som før og antage at spændingen  $U_{f2}$  er 217,4 V:

$$U_1 \angle \Psi = U_2 \angle 0 + (I \angle \varphi \cdot R_L \angle 0) + (I \angle \varphi \cdot X_L \angle + 90)$$

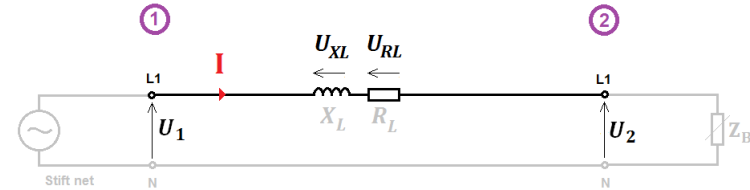
$$U_1 \angle \Psi = 217,4 \angle 0 + (28 \angle - 36 \cdot 0,556 \angle 0) + (28 \angle - 36 \cdot 0,009 \angle + 90) \Leftrightarrow$$

$$U_1 \angle \Psi = 217,4 \angle 0 + 15,6 \angle - 36 + 0,3 \angle 54 = \mathbf{230,4 V} \angle - 2,2^\circ$$

$$\Delta U = |U_1| - |U_2| = 230,4 - 217,4 = \mathbf{13,0 V}$$

som forventet er  $\Delta U$  lidt større ved den eksakte metode, men det er så tæt, at den tilnærmede metode til de fleste formål er tilstrækkelig præcis.

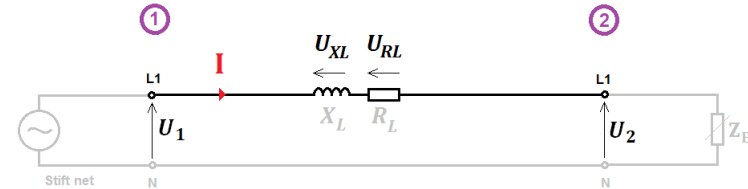
## Ækvivalentskema:



# Eksakte metoder

Geometrisk eksakte metoder:

Ækvivalentskema:



De 2 følgende formler anvendes sjældent, men de kan anvendes i stedet for den tilnærmede metode, hvis man kun kender spændingen i punkt 1, men har behov for at kende den eksakte spænding i punkt 2:

Induktiv belastningsstrøm:

$$U_{f2} = \sqrt{U_{f1}^2 - (I \cdot X_L \cdot \cos \varphi - I \cdot R_L \cdot \sin \varphi)^2} - (I \cdot R_L \cdot \cos \varphi + I \cdot X_L \cdot \sin \varphi)$$

Kapacitiv belastningsstrøm:

$$U_{f2} = \sqrt{U_{f1}^2 - (I \cdot X_L \cdot \cos \varphi + I \cdot R_L \cdot \sin \varphi)^2} - (I \cdot R_L \cdot \cos \varphi - I \cdot X_L \cdot \sin \varphi)$$