

# TRANSFORMEREN – SPÆNDINGSFALD OG VIRKNINGSGRAD

- Spændingsfald
- Virkningsgrad



**KELD DÝRMOSE**



**AAMS**

Aarhus Maskinmesterskole  
Aarhus School of Marine and Technical Engineering

# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

## Spændingsfald:

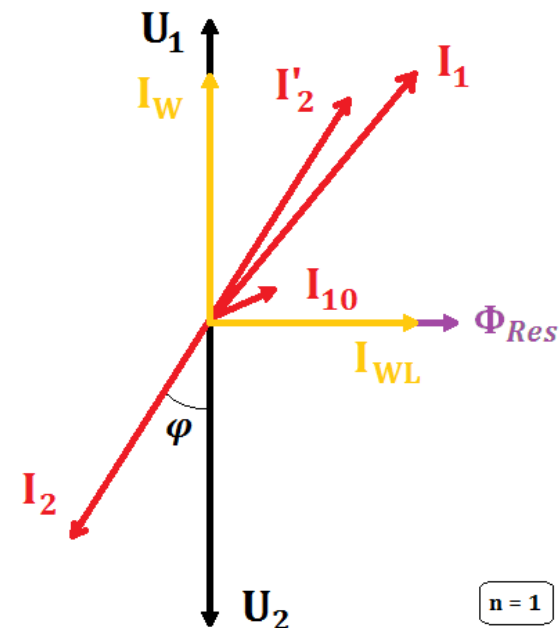
Spændingsfald over en transformer beregnes helt som spændingsfald over enhver anden impedans!

Man er dog nødt til at henføre den ene sides spænding til den anden, og spændingsfaldet for en transformer kan således defineres som:

$$\Delta U = |U'_1| - |U_2| \quad \text{eller} \quad \Delta U = |U_1| - |U'_2|$$

Den eneste antagelse man er nødt til at lave er, at  $I_1 = I'_2$  og det ved vi jo der ikke er helt rigtig pga.  $I_{10}$  men det er en tilnærmelse vi kan leve med, da denne strøm er meget lille.

Lad mig vise et eksempel med den tilnærmede metode, hvor jeg skal finde spændingen  $U_2$



# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

## Spændingsfald:

Ved hjælp af et tomgangsforsøg og et kortslutningsforsøg med en 1-faset transformer, er jeg kommet frem til følgende værdier:

$$e_K = 6,5 \%, \quad P_K = 200 \text{ W}, \quad U_{1N} = 690 \text{ V}, \quad U_{20} = 230 \text{ V}$$

Jeg ved også at transformeren har en tilsyneladende effekt på  $S_N = 15 \text{ kVA}$

**Spørgsmålet er nu, hvilken sekundær klemspænding jeg kan forvente, hvis jeg kortvarigt belaster transformeren med en belastningsstrøm på  $I_B = 120 \text{ A} \angle 30^\circ$**

# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

## Spændingsfald:

Ved hjælp af et tomgangsforsøg og et kortslutningsforsøg med en 1-faset transformer, er jeg kommet frem til følgende værdier:

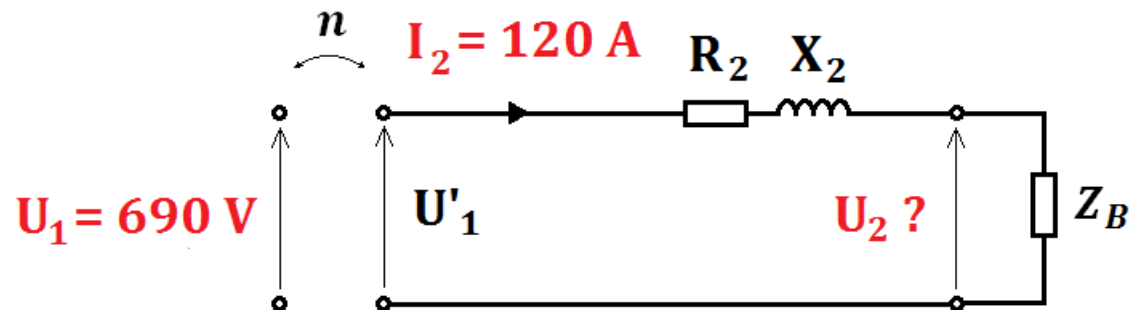
$$e_K = 6,5 \%, \quad P_K = 200 \text{ W}, \quad U_{1N} = 690 \text{ V}, \quad U_{20} = 230 \text{ V}$$

Jeg ved også at transformeren har en tilsyneladende effekt på  $S_N = 15 \text{ kVA}$

**Spørgsmålet er nu, hvilken sekundær klemspænding jeg kan forvente, hvis jeg kortvarigt belaster transformeren med en belastningsstrøm på  $I_B = 120 \text{ A} \angle 30^\circ$**

Jeg opstiller et ækvivalent skema:

$$n = \frac{U_{1N}}{U_{20}} = \frac{690}{230} = 3$$



# Transformerenen - $\Delta U$ og $\eta$

## Spændingsfald:

Nu kan impedansen findes ved:

$$Z_1 = \frac{U_{1K}}{I_{11/1}} \Rightarrow Z_1 = \frac{0,065 \cdot 690}{15000/690} \Leftrightarrow Z_1 = \frac{44,9}{21,7} = 2,06 \Omega$$

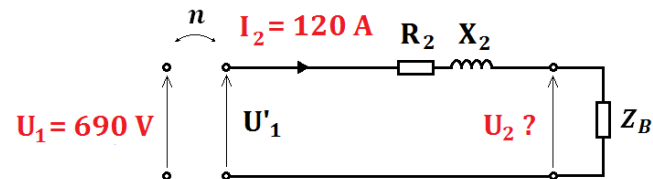
Og da jeg kender kortslutningsvinklen, kan jeg også finde resistansen og reaktansen:

$$R_1 = Z_1 \cdot \cos(\varphi_K) \Rightarrow R_1 = 2,06 \cdot \cos(78,2) = 0,432 \Omega$$

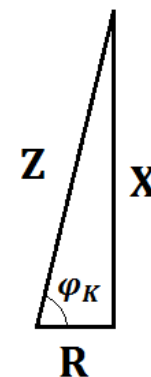
$$X_1 = Z_1 \cdot \sin(\varphi_K) \Rightarrow X_1 = 2,06 \cdot \sin(78,2) = 2,02 \Omega$$

R og X henføres til sekundær side:

$$R_2 = \frac{R_1}{n^2} \Rightarrow R_2 = \frac{0,432}{3^2} = \mathbf{0,048 \Omega} \quad \text{og} \quad X_2 = \frac{X_1}{n^2} \Rightarrow X_2 = \frac{2,02}{3^2} = \mathbf{0,224 \Omega}$$



Transformerenens impedanser:



# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

## Spændingsfald:

Nu kan Spændingsfaldet findes af:

$$\Delta U_2 = I_2 \cdot (R_2 \cdot \cos(\varphi_B) + X_2 \cdot \sin(\varphi_B)) \quad \Rightarrow$$

$$\Delta U_2 = 120 \cdot (0,048 \cdot \cos(30) + 0,224 \cdot \sin(30)) = \mathbf{18,4 \text{ V}}$$

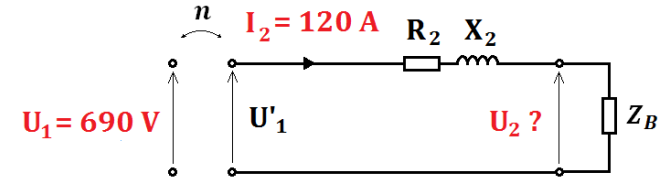
Den sekundærer klemspænding findes nu som:

$$\Delta U = |U'_1| - |U_2| \quad \Leftrightarrow$$

$$U_2 = U'_1 - \Delta U \quad \Leftrightarrow$$

$$U_2 = \frac{U_1}{n} - \Delta U \quad \Rightarrow$$

$$U_2 = \frac{690}{3} - 18,4 = \mathbf{212 \text{ V}}$$



# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

## Spændingsfald:

Nu kan Spændingsfaldet findes af:

$$\Delta U_2 = I_2 \cdot (R_2 \cdot \cos(\varphi_B) + X_2 \cdot \sin(\varphi_B)) \quad \Rightarrow$$

$$\Delta U_2 = 120 \cdot (0,048 \cdot \cos(30) + 0,224 \cdot \sin(30)) = \mathbf{18,4 \text{ V}}$$

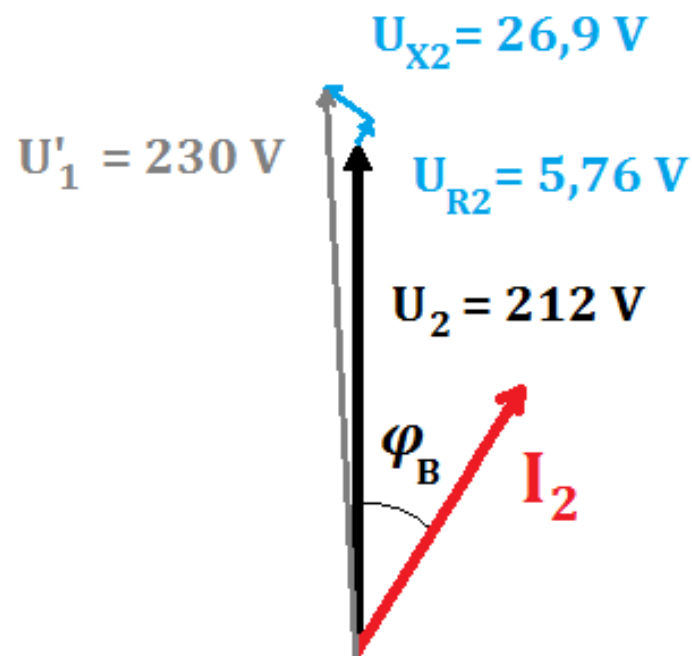
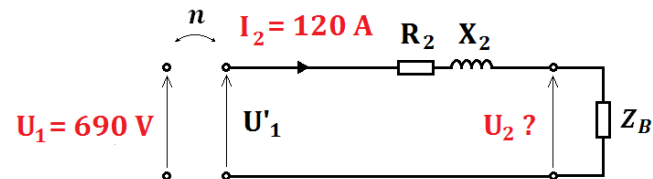
Den sekundærer klemspænding findes nu som:

$$\Delta U = |U'_1| - |U_2| \quad \Leftrightarrow$$

$$U_2 = U'_1 - \Delta U \quad \Leftrightarrow$$

$$U_2 = \frac{U_1}{n} - \Delta U \quad \Rightarrow$$

$$U_2 = \frac{690}{3} - 18,4 = \mathbf{212 \text{ V}}$$



# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

## Virkningsgrad:

En virkningsgrad bestemmes som:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + tab}$$



# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

## Virkningsgrad:

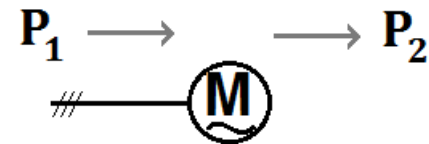
En virkningsgrad bestemmes som:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + tab}$$

Transformer:



Motor:



# Transformerenen - $\Delta U$ og $\eta$

## Virkningsgrad:

En virkningsgrad bestemmes som:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + tab}$$

Transformer:



$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + tab} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{2N} \cdot I_{2N} \cdot \cos(\varphi)}{\sqrt{3} \cdot U_{2N} \cdot I_{2N} \cdot \cos(\varphi) + P_{Fe} + P_{Cu}}$$

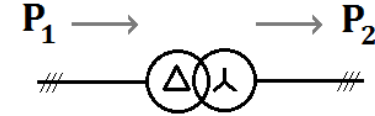
Motor:



$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{M \cdot \omega}{\sqrt{3} \cdot U_n \cdot I_n \cdot \cos(\varphi)}$$

# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

**Virkningsgrad:**



Justeringsmuligheder af formlen for transformerens virkningsgrad:

**Strømmen afviger fra fuldlaststrømmen:**  $m = \frac{I_2}{I_{2N}} \Leftrightarrow I_2 = m \cdot I_{2N}$

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + tab} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{2N} \cdot I_{2N} \cdot \cos(\varphi)}{\sqrt{3} \cdot U_{2N} \cdot I_{2N} \cdot \cos(\varphi) + P_{Fe} + P_{Cu}}$$

gange med  $m$ 
gange med  $m$ 
gange med  $m$

$$I_{2N}^2 \cdot R_2 \cdot 3 \Leftrightarrow$$

$$(m \cdot I_{2N})^2 \cdot R_2 \cdot 3 \Leftrightarrow$$

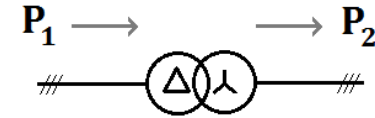
$$m^2 \cdot I_{2N}^2 \cdot R_2 \cdot 3 \Leftrightarrow$$

$$m^2 \cdot P_{CuN}$$

N er indeks for nominal værdi, og bruges her også synonymt med fuldlast

# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

## Virkningsgrad:



Justeringsmuligheder af formlen for transformereens virkningsgrad:

**Påtrykte spænding afviger (meget) fra nominal:**  $P_{Fe} = P_0 \cdot \left(\frac{U_2}{U_{2N}}\right)^2$

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + tab} = \frac{\sqrt{3} \cdot U_{2N} \cdot I_{2N} \cdot \cos(\varphi) \cdot m}{\sqrt{3} \cdot U_{2N} \cdot I_{2N} \cdot \cos(\varphi) \cdot m + P_{Fe} + m^2 \cdot P_{Cu}}$$

Diagram illustrating the substitution of actual values into the efficiency formula:

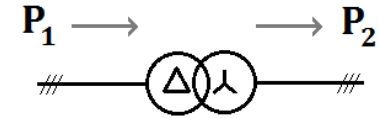
- An oval labeled "insæt aktuel  $U_2$ " has a downward arrow pointing to the  $U_{2N}$  term in the numerator.
- An oval labeled "insæt aktuel  $U_2$ " has an upward arrow pointing to the  $U_{2N}$  term in the denominator.
- A circle labeled "justér  $P_{Fe}$ " has an upward arrow pointing to the  $P_{Fe}$  term in the denominator.

N er indeks for nominal værdi, og bruges her også synonymt med fuldlast

# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

## Virkningsgrad:

Justeringsmuligheder af formlen for transformereens virkningsgrad:



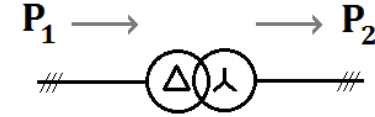
I det:  $S_N = \sqrt{3} \cdot U_{2N} \cdot I_{2N}$  Kan formelen også opstilles som:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + tab} = \frac{S_N \cdot \cos(\varphi) \cdot m}{S_N \cdot \cos(\varphi) \cdot m + P_{Fe} + m^2 \cdot P_{Cu}}$$

N er indeks for nominel værdi, og bruges her også synonymt med fuldlast

# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

**Virkningsgrad:**



$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + tab} = \frac{S_N \cdot \cos(\varphi) \cdot m}{S_N \cdot \cos(\varphi) \cdot m + P_{Fe} + m^2 \cdot P_{Cu}}$$

**Maksimal virkningsgrad:**

En transformers  $\eta_{max}$  kan findes ved at finde belastningsgraden  $m$  af følgende:

$$m = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{Cu\ 1/1}}}$$

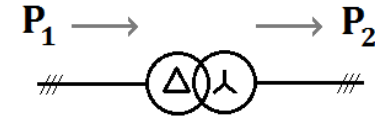
Og indsætte denne værdi for  $m$  i formlen for virkningsgrad øverst.

Det viser sig nemlig, at maksimal virkningsgrad altid er ved  $P_{Fe} = P_{Cu\ 1/1}$

N er indeks for nominel værdi, og bruges her også synonymt med fuldlast

# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

Virkningsgrad:



$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + tab} = \frac{S_N \cdot \cos(\varphi) \cdot m}{S_N \cdot \cos(\varphi) \cdot m + P_{Fe} + m^2 \cdot P_{Cu}}$$

Maksimal virkningsgrad:

Brugt på eksemplet fra transformerens spændingsfald, kommer vi frem til:  
( $P_{Fe}$  antaget = 50 W)

$$m = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{Cu \ 1/1}}} = \sqrt{\frac{50}{200}} = 0,5$$

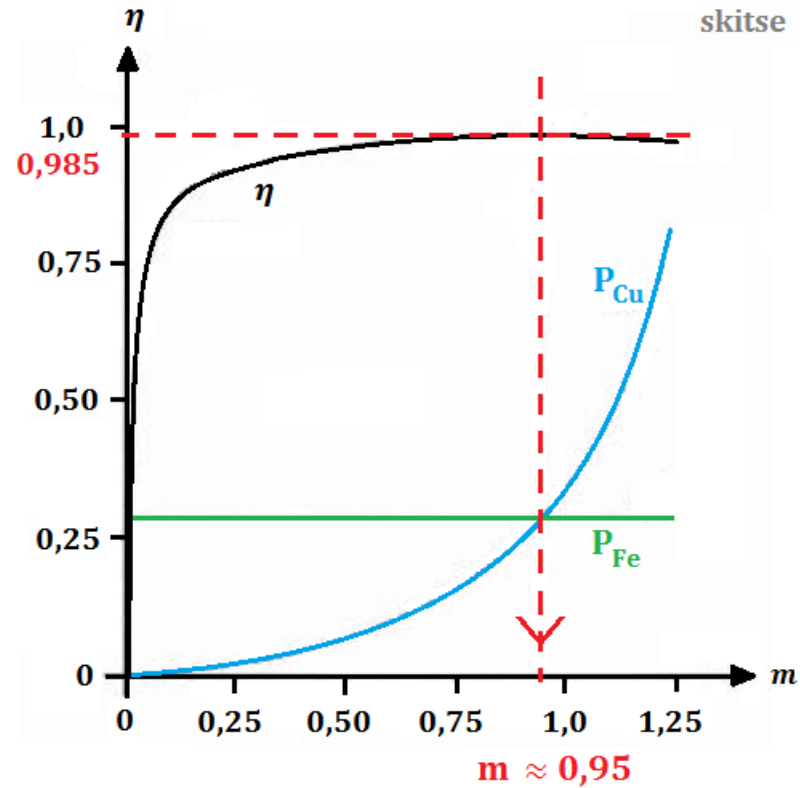
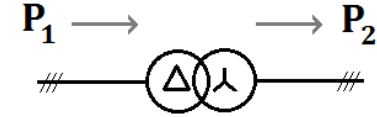
$$\eta_{max} = \frac{S_N \cdot \cos(\varphi) \cdot m}{S_N \cdot \cos(\varphi) \cdot m + P_{Fe} + m^2 \cdot P_{Cu}} = \frac{15000 \cdot \cos(30) \cdot 0,5}{15000 \cdot \cos(30) \cdot 0,5 + 50 + 0,5^2 \cdot 200} = 0,985$$

# Transformeren - $\Delta U$ og $\eta$

Maksimal virkningsgrad:

$$\eta_{max} = 0,985$$

ved  $P_{Fe} = P_{Cu}$  1/1



Belastningsgraden  $m$  skal altså være ca. 0,95  
for at opnå maksimal virkningsgrad på  $\eta = 0,985$