

# 3 FASET SYMMETRISK OG USYMMETRISK SPÆNDINGSFALD

Symmetrisk:

- Kreds- og ækvivalentskema.  
Vektordiagram
- Fasespændingsfald og netspændingsfald
- Udvikling af tilnærmet metode

Usymmetrisk



## AAMS

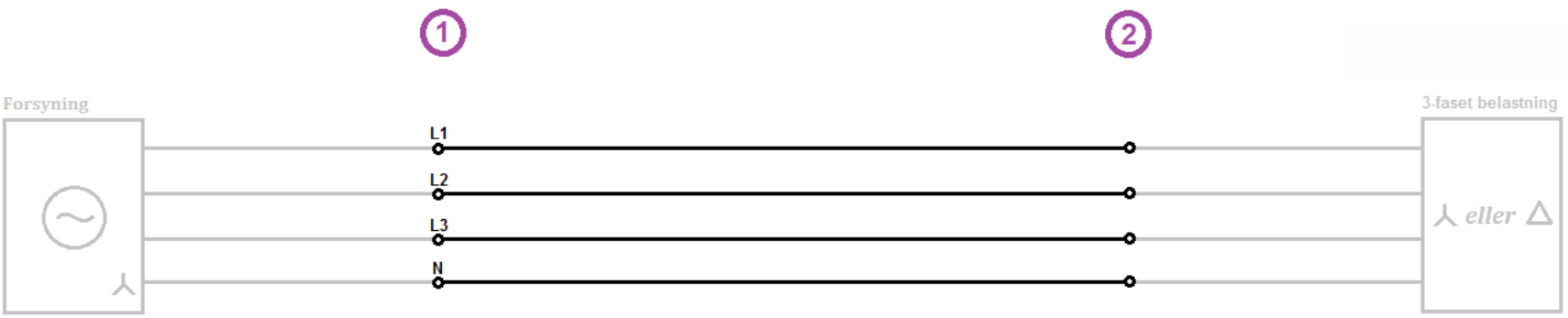
Aarhus Maskinmesterskole  
Aarhus School of Marine and Technical Engineering



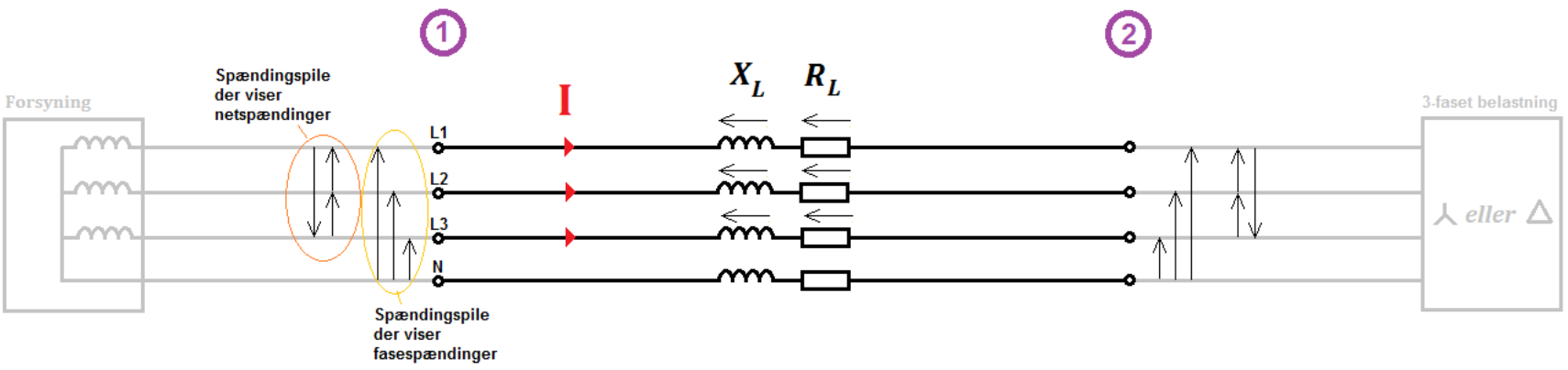
KELD DÝRMOSE

# 3-faset symmetrisk

## Kredsskema:

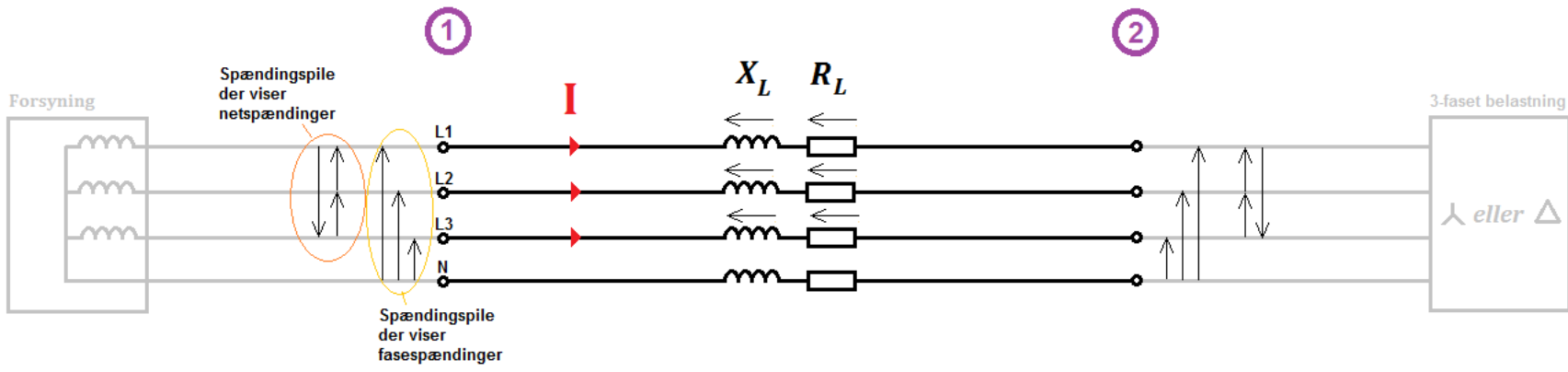


## Ækvivalentskema:



# 3-faset symmetrisk

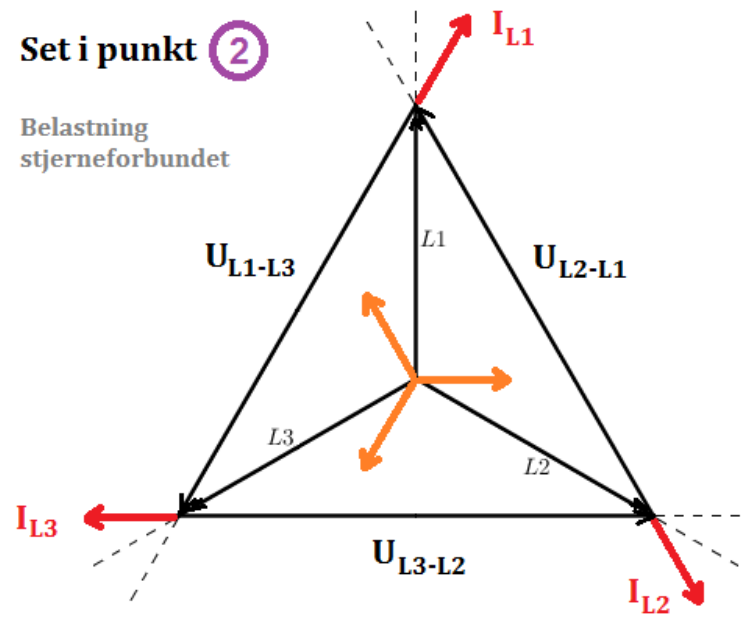
## Ækvivalentskema:



## Vektordiagram (skitseret):

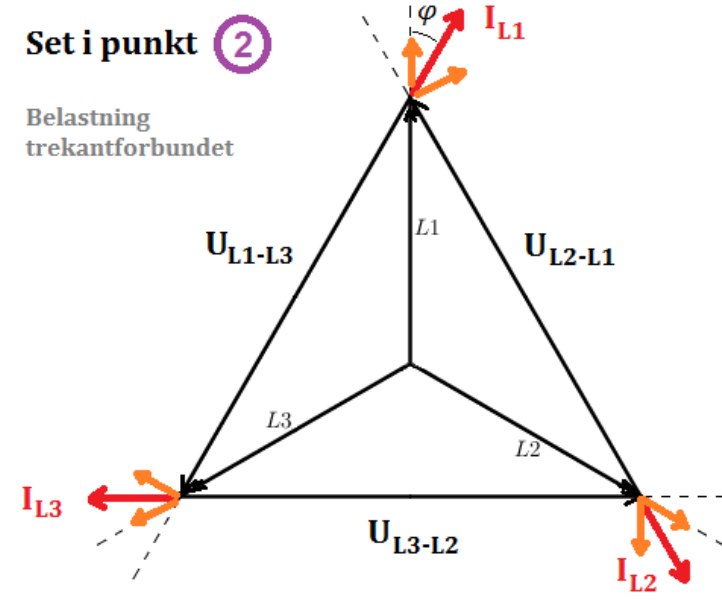
### Set i punkt ②

Belastning stjerneforbundet



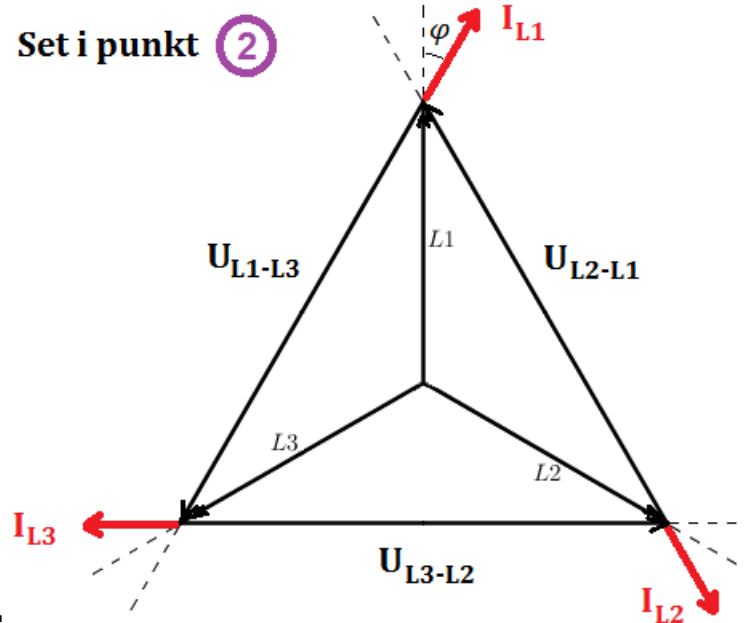
### Set i punkt ②

Belastning trekantforbundet



# 3-faset symmetrisk

Vektordiagram (skitseret):



Beregning af fasespændingsfald:

Tilnærmert geometrisk:

$$\Delta U_f = I \cdot (\cos \varphi \cdot R_L \pm \sin \varphi \cdot X_L)$$

Tilnærmert kompleks:

$$U_{f2} \angle \alpha = U_{f1} \angle 0 - (I \angle \varphi \cdot R_L \angle 0) - (I \angle \varphi \cdot X_L \angle (90))$$

Eksakt kompleks:

$$U_{f1} \angle \Psi = U_{f2} \angle 0 + (I \angle \varphi \cdot R_L \angle 0) + (I \angle \varphi \cdot X_L \angle (90))$$

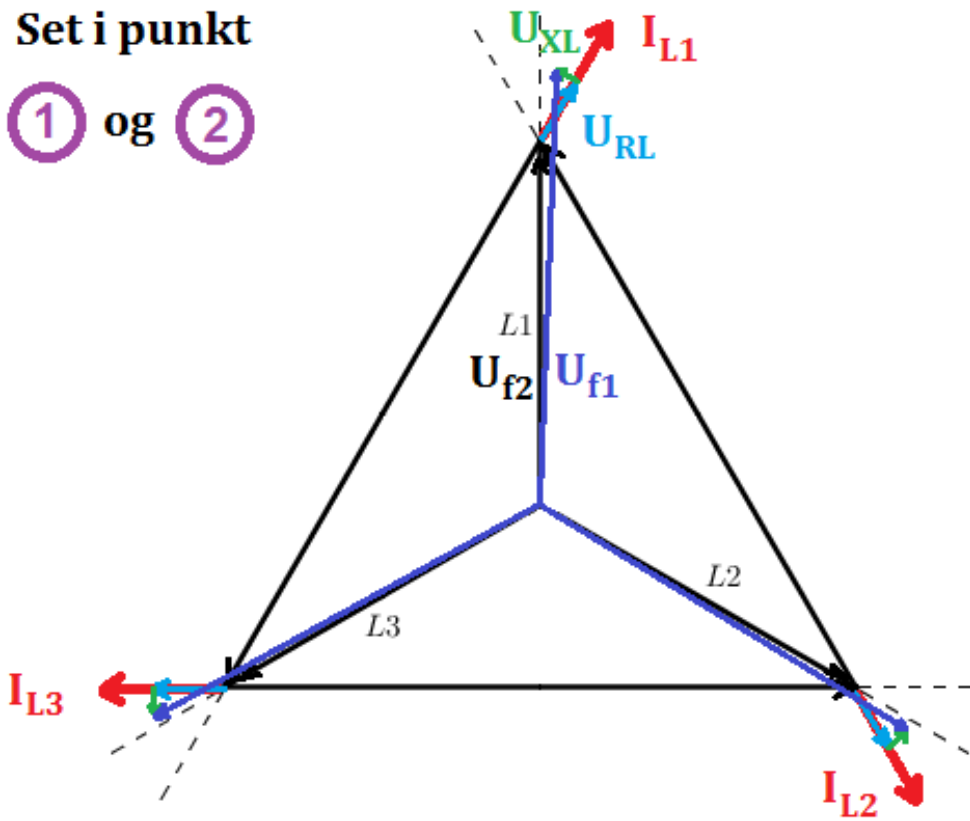
$$\Delta U = |U_{f1}| - |U_{f2}|$$

# 3-faset symmetrisk

Vektordiagram (skitseret):

Set i punkt

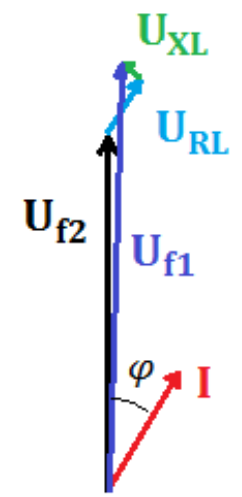
① og ②



Set i punkt

① og ②

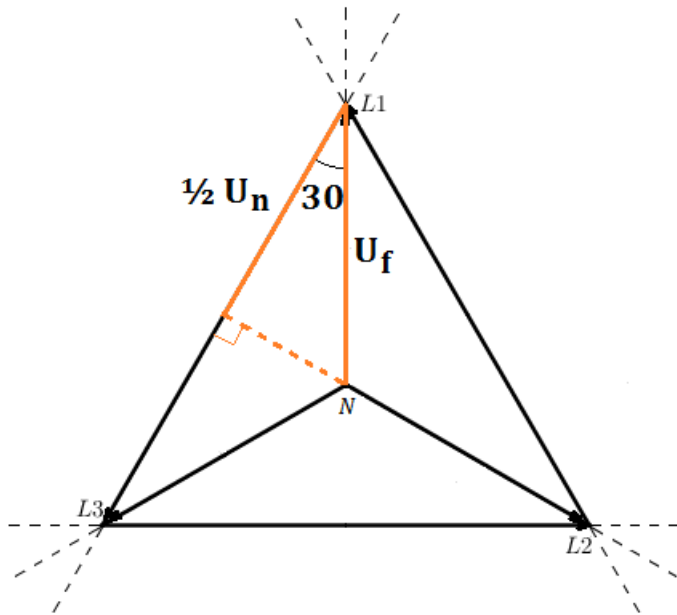
- L1
- L2
- L3



# 3-faset symmetrisk

## Netspænding og netspændingsfaldet:

Som vi ved er netspændingen kvadratrod 3 større end fasespændingen, fordi:



$$\cos 30 = \frac{1/2 U_n}{U_f} \Leftrightarrow U_n = 2 \cdot \cos 30 \cdot U_f = \sqrt{3} \cdot U_f$$

Da belastningen er symmetrisk, må ovenstående forhold gælde for vektordiagrammet, både i punkt 1 og 2. Derfor må forskellen på fasespændingsfaldet og netspændingsfaldet også være kvadratrod 3

# 3-faset symmetrisk

## Beregning af netspændingsfald:

Tilnærmet geometrisk:

$$\Delta U_n = \sqrt{3} \cdot I \cdot (\cos \varphi \cdot R_L \pm \sin \varphi \cdot X_L)$$

Tilnærmet kompleks:

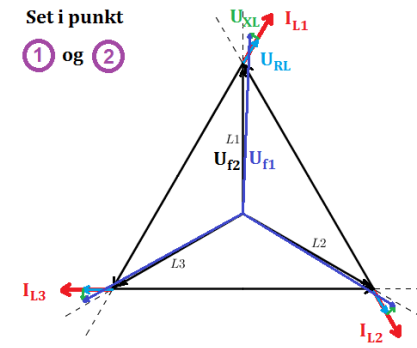
$$\Delta U = |U_1| - |U_2| \Leftrightarrow |U_2| = |U_1| - \Delta U$$

$$U_{n2} \angle \alpha = \sqrt{3} \cdot (U_{f1} \angle 0 - (U_{RL} \angle \varphi) - (U_{XL} \angle (\varphi + 90)))$$

Eksakt kompleks:

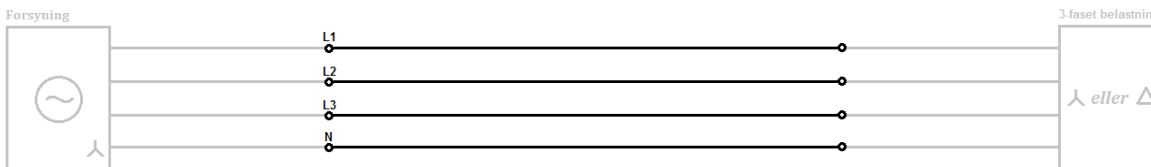
$$\Delta U = |U_1| - |U_2| \Leftrightarrow |U_1| = |U_2| - \Delta U$$

$$U_{n1} \angle \Psi = \sqrt{3} \cdot (U_{f2} \angle 0 + (U_{RL} \angle \varphi) + (U_{XL} \angle (\varphi + 90)))$$



①

②



# 3-faset symmetrisk

## Udvikling af tilnærmet (geometrisk) metode:

Hvis spændingen i punkt 2 og belastningens effekter kendes, kan et tilnærmet spændingsfald beregnes herudfra:

$$\Delta U_n = \sqrt{3} \cdot I \cdot (\cos \varphi \cdot R_L \pm \sin \varphi \cdot X_L) \quad \Rightarrow$$

$$\Delta U_n \cdot U_{n2} = \sqrt{3} \cdot U_{n2} \cdot I \cdot \cos \varphi \cdot R_L + \sqrt{3} \cdot U_{n2} \cdot I \cdot \sin \varphi \cdot X_L \quad \Leftrightarrow$$

$$\Delta U_n \cdot U_{n2} = P \cdot R_L + Q \cdot X_L$$

Hvis spændingen i punkt 2 ikke er kendt, men spændingen i punkt 1 og belastningseffekter er kendte, kan ovenstående løses som en andengradsligning hvor  $U_{n2}$  er "x". De 2 løsninger som kommer ud er  $U_{n2}$  og  $\Delta U$ :

$$\Delta U_n \cdot U_{n2} = P \cdot R_L + Q \cdot X_L \quad \Leftrightarrow$$

$$(U_{n1} - U_{n2}) \cdot U_{n2} = P \cdot R_L + Q \cdot X_L \quad \Leftrightarrow$$

$$U_{n1} \cdot U_{n2} - U_{n2}^2 = P \cdot R_L + Q \cdot X_L \quad \Leftrightarrow$$

$$-U_{n2}^2 + U_{n1} \cdot U_{n2} - (P \cdot R_L + Q \cdot X_L) = 0$$

(efter formen:  $Ax^2 + Bx + C = 0$ )



# 3-faset symmetrisk

Eksempel (1 af 2):

Oplysninger:

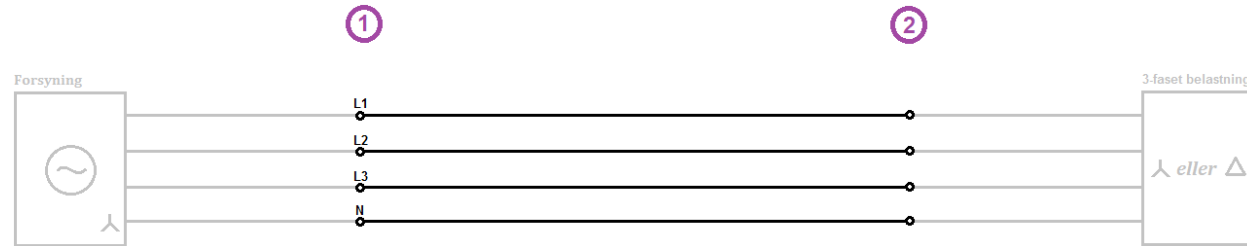
$$U_{n1} = 400 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

$$I_B = 20 \text{ A} \angle 65^\circ \text{ induktiv}$$

$$\text{Kabel}_{1-2}: 4 \times 1,5 \text{ mm}^2 \text{ Cu}$$

$$s_{1-2} = 0,035 \text{ km}$$

Kredsskema:



Find netspænding i punkt 2:

$$r_{L1} = 13,30 \text{ } \Omega/\text{km} \Rightarrow R_{L1} = 13,30 \cdot 0,035 = 0,446 \text{ } \Omega$$

$$x_{L1} = 0,11 \text{ } \Omega/\text{km} \Rightarrow X_{L1} = 0,11 \cdot 0,035 = 0,004 \text{ } \Omega$$

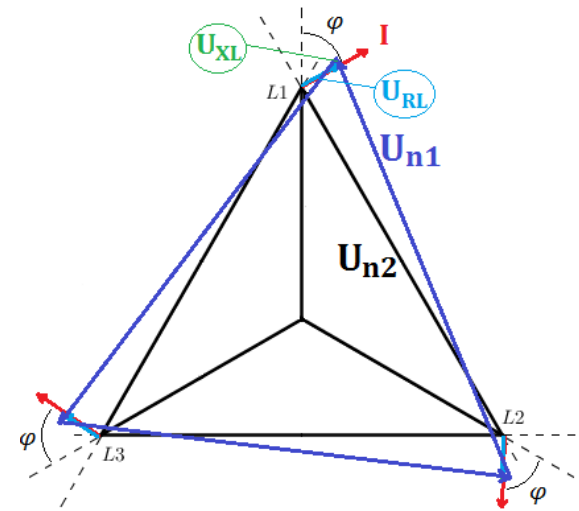
(NKT tekniske katalog 2013:  $r_L$  s. 18 og  $x_L$  s. 19)

$$\Delta U_n = \sqrt{3} \cdot I \cdot (\cos \varphi \cdot R_L + \sin \varphi \cdot X_L) \Rightarrow$$

$$\Delta U_n = \sqrt{3} \cdot 20 \cdot (\cos 65 \cdot 0,446 + \sin 65 \cdot 0,004) = 6,7 \text{ V}$$

$$|U_{n2}| = |U_{n1}| - \Delta U_n = 400 - 6,7 = \mathbf{393,3 \text{ V}}$$

Vektordiagram (skitseret):



# 3-faset symmetrisk

Eksempel (2 af 2):

Oplysninger:

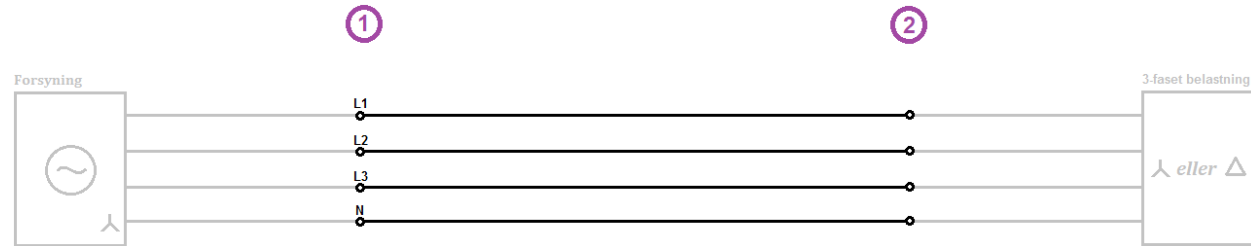
$$U_{n1} = 400 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

$$P_B = 197 \text{ kW} \angle 29^\circ \text{ induktiv}$$

$$\text{Kabel}_{1-2}: 4 \times 120 \text{ mm}^2 \text{ Cu}$$

$$s_{1-2} = 0,085 \text{ km}$$

Kredsskema:



Find netspænding i punkt 2, samt spændingsfald, og tegn vektordiagram:

$$r_{L1} = 0,163 \text{ } \Omega/\text{km} \quad \Rightarrow \quad R_{L1} = 0,163 \cdot 0,085 = 0,014 \text{ } \Omega$$

$$x_{L1} = 0,082 \text{ } \Omega/\text{km} \quad \Rightarrow \quad X_{L1} = 0,082 \cdot 0,085 = 0,007 \text{ } \Omega$$

(NKT tekniske katalog 2013:  $r_L$  s. 18 og  $x_L$  s. 19)

$$\tan \varphi = \frac{Q}{P} \Leftrightarrow$$

$$Q_B = \tan \varphi \cdot P_B = \tan 29 \cdot 197000 = 110 \text{ kvar}$$

# 3-faset symmetrisk

Eksempel (2 af 2):

Find netspænding i punkt 2 (fortsat):

$$-U_{n2}^2 + U_{n1} \cdot U_{n2} - (P \cdot R_L + Q \cdot X_L) = 0 \quad \Rightarrow$$

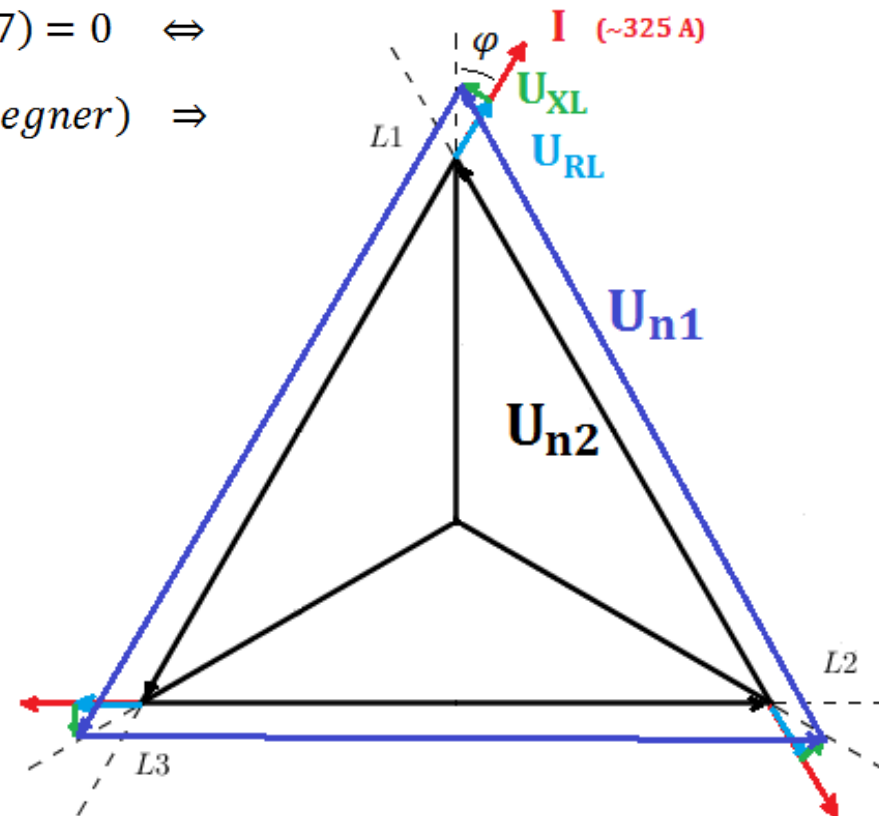
$$-U_{n2}^2 + 400 \cdot U_{n2} - (197000 \cdot 0,014 + 110000 \cdot 0,007) = 0 \quad \Leftrightarrow$$

$$-U_{n2}^2 + 400 \cdot U_{n2} - 3528 = 0 \quad (\text{lommeregner}) \quad \Rightarrow$$

$$"x" = \begin{cases} 391 \\ 9 \end{cases}$$

$$U_{n2} = 391 \text{ V} \text{ og } \Delta U_n = 9 \text{ V}$$

Vektordiagram (skitseret):

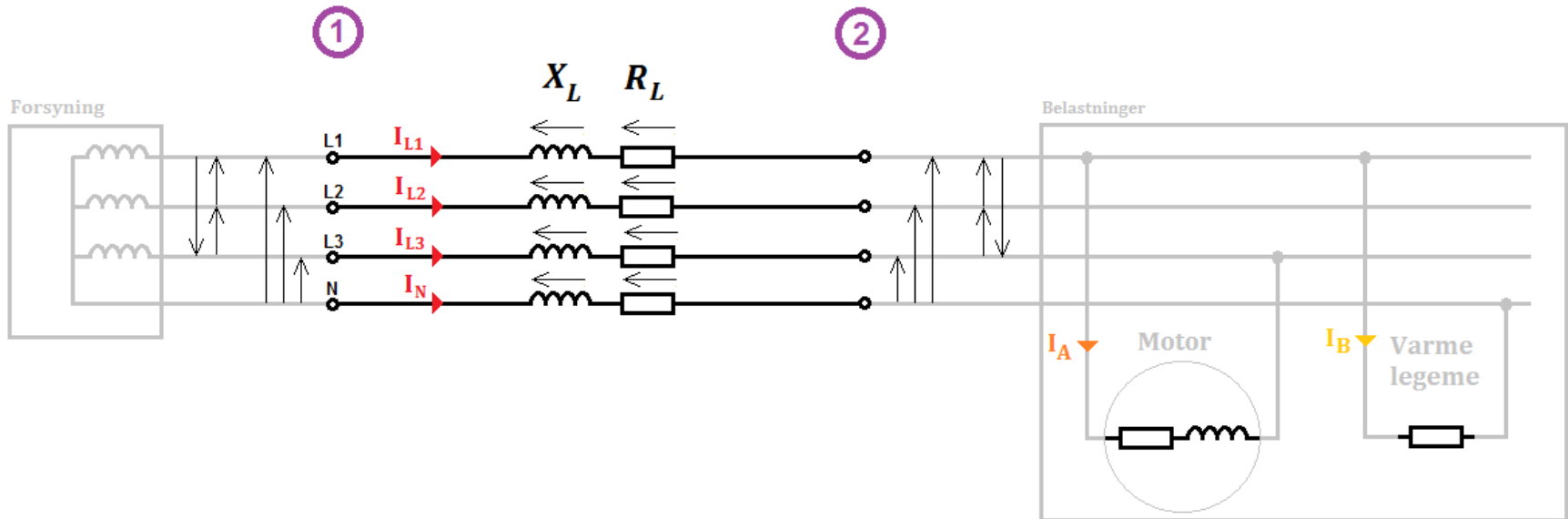


# 3-faset usymmetrisk

## Eksempel:

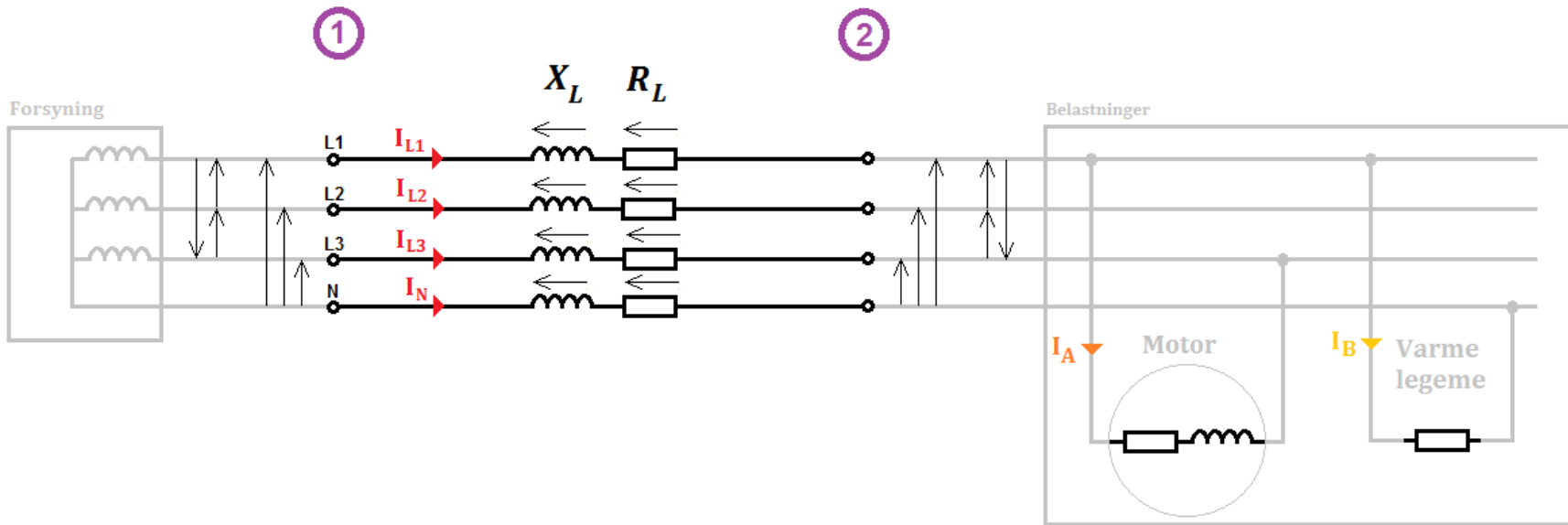
Der introduceres ingen nye begreber ifm. usymmetriske spændingsfald, men man er dog nødt til altid at regne komplekst. Hver spændingspil og tilhørende vektor i vektordiagram, må derfor beregnes hver for sig. Lad os gennemgå et eksempel:

## Ækvivalentskema:



# 3-faset usymmetrisk

Ækvivalentskema:



Oplysninger:

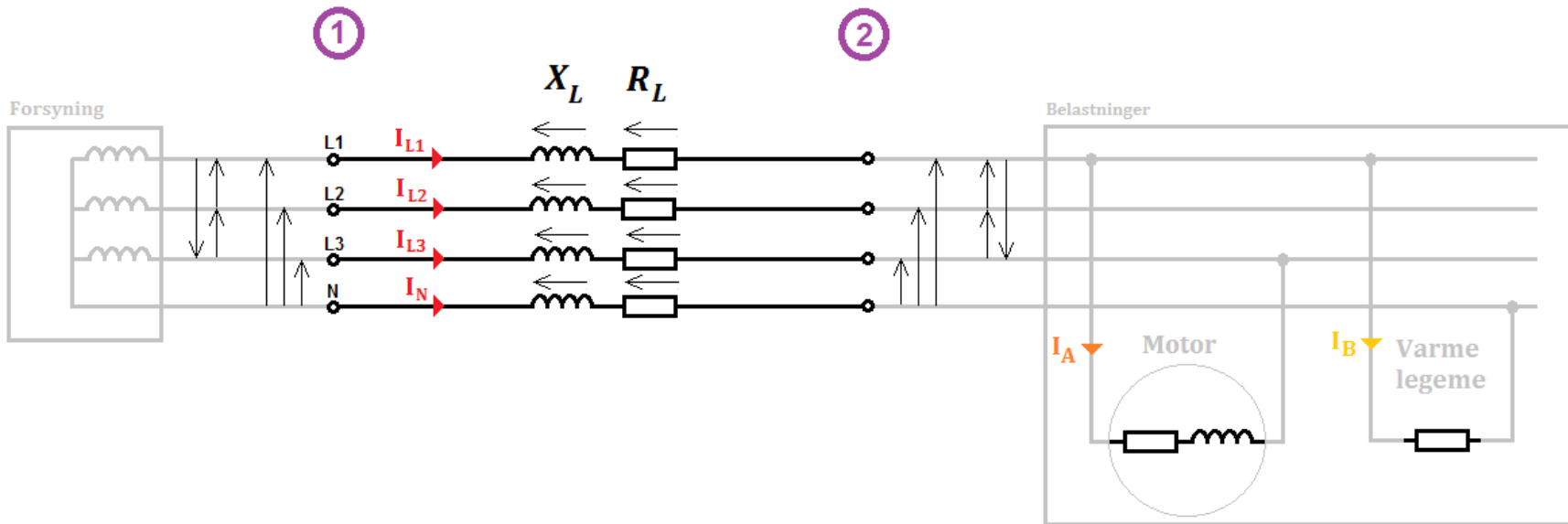
$$U_{f1} = 3 \times 230 \text{ V}, \quad 50 \text{ Hz}$$

$$\text{Motor: } I_A = 16 \text{ A} \angle 60^\circ \text{ induktiv}, \quad \text{Varmelegeme: } I_B = 25 \text{ A}$$

$$\text{Kabel}_{1-2}: 4 \times 10 \text{ mm}^2 \text{ Cu}, \quad s_{1-2} = 0,150 \text{ km}$$

# 3-faset usymmetrisk

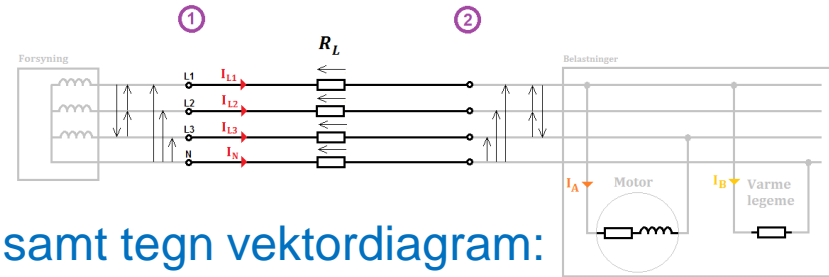
Ækvivalentskema:



Tilnærmet kompleks metode:

Selvom det kabel vi ønsker at beregne spændingsfaldet over er belastet usymmetrisk, kan spændingen i punkt 1 godt være symmetrisk, da tavlen, som vi kunne sige at punkt 1 er, kan have flere afgang, hvorved strømmen som løber til punkt 1 kan balanceres. Men spændingsfaldet kan ikke beregnes helt eksakt, da man er nødt til at sætte belastningsstrømme ift. spændingen i punkt 1, selvom det jo egentlig er spændingen i punkt 2 som er påtrykt belastningerne – det er dog det bedste vi kan gøre!

# 3-faset usymmetrisk



Find fasepændingerne for L1, L2 og L3 i punkt 2 samt tegn vektordiagram:

$$r_{L1} = 1,83 \Omega/km \Rightarrow R_{L1} = 1,83 \cdot 0,150 = 0,275 \Omega$$

Der ses bort fra  $X_L$ , hvilket som regel er ok op til  $50 \text{ mm}^2$

(NKT tekniske katalog 2013: r<sub>L</sub> s. 18)

$$I_{L1} \angle \alpha_1 = I_A \angle (\varphi - 30) + I_B \angle 0 = 16 \angle (-60 - 30) + 25 \angle 0 \Leftrightarrow$$

$$I_{L1} \angle \alpha_1 = 29,7 \text{ A} \angle -32,6^\circ$$

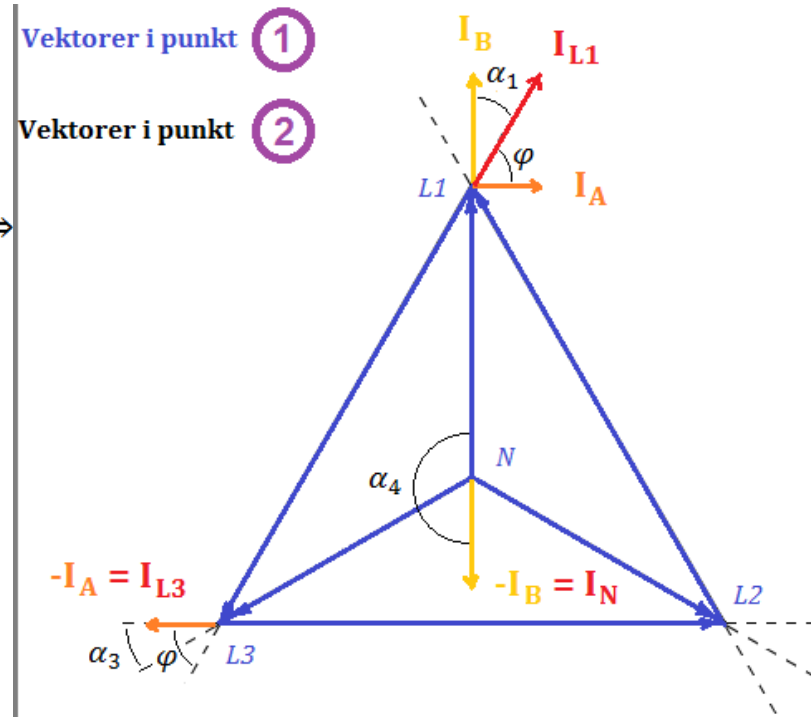
$$I_{L2} \angle \alpha_2 = 0 \text{ A}$$

$$I_{L3} \angle \alpha_3 = -I_A \angle (\varphi + 30) = 16 \text{ A} \angle -30$$

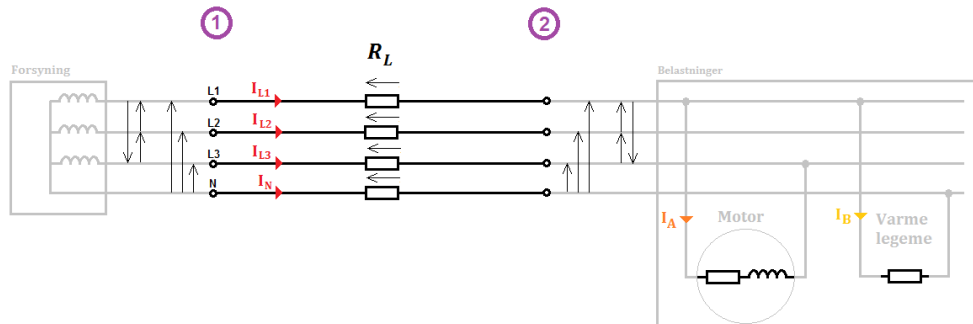
Strømmene er set ift. de respektive fasepændinger i punkt 1

$$I_N \angle \alpha_4 = -I_B \angle 180^\circ = 25 \text{ A} \angle 180^\circ$$

Nulllederstrømmen er set ift.  $U_{N-L1}$  i punkt 1



# 3-faset usymmetrisk



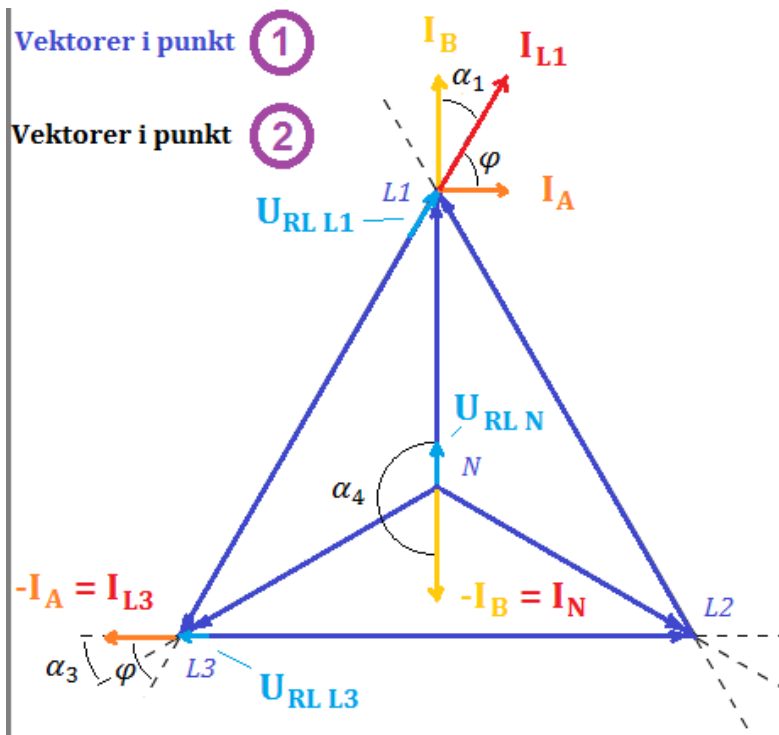
Spændingerne over kabelresistanserne:

$$U_{RL L1} = I_{L1} \cdot R_L = 29,7 \cdot 0,275 = 8,17 \text{ V}$$

$$U_{RL L2} = I_{L2} \cdot R_L = 0 \cdot 0,275 = 0 \text{ V}$$

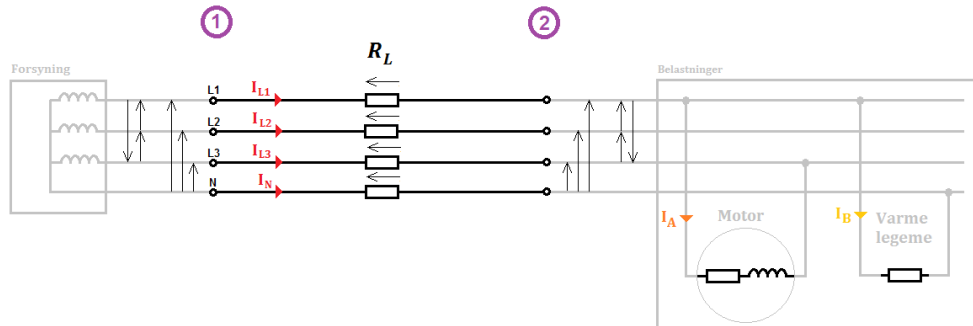
$$U_{RL L3} = I_{L3} \cdot R_L = 16 \cdot 0,275 = 4,40 \text{ V}$$

$$U_{RL N} = I_N \cdot R_L = 25 \cdot 0,275 = 6,88 \text{ V}$$





# 3-faset usymmetrisk



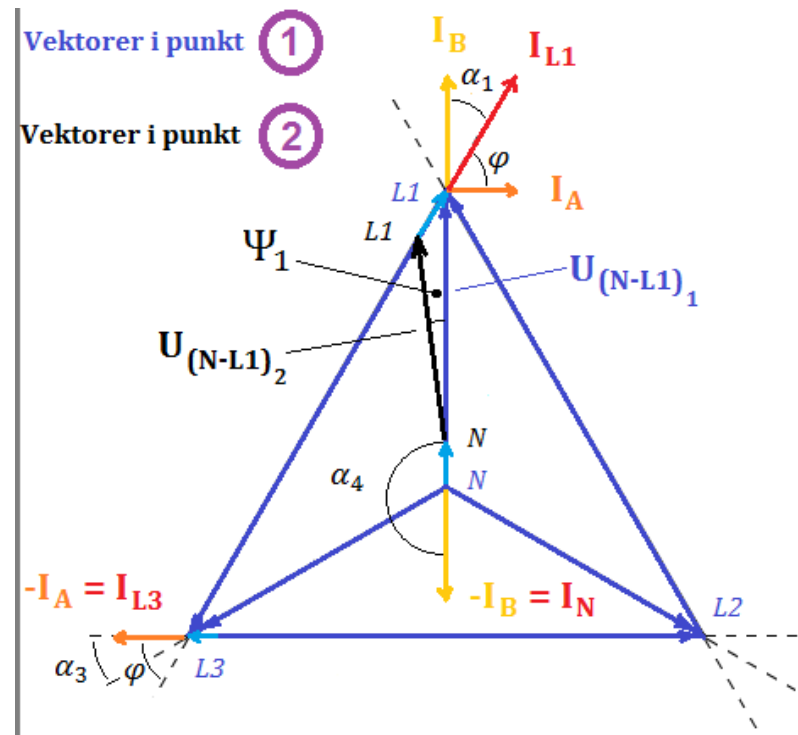
Fasespændingen  $U_{N-L1}$  i punkt 2:

$$U_{(N-L1)_1} \angle 0 = U_{(N-L1)_2} \angle \Psi_1 + U_{RLN} \angle 0 + U_{RL L1} \angle \alpha_1 \quad \Leftrightarrow$$

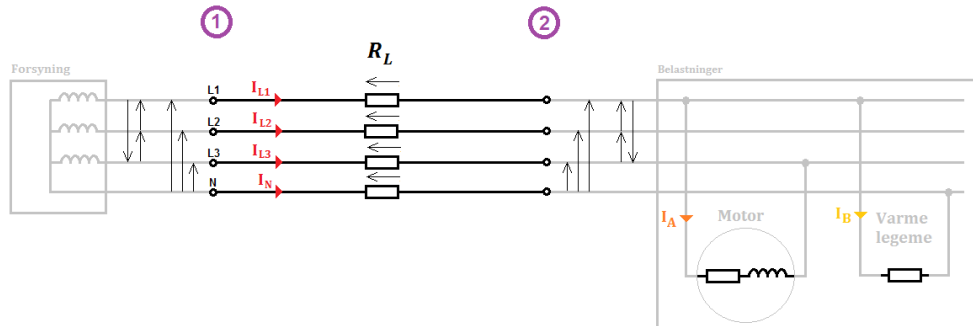
$$U_{(N-L1)_2} \angle \Psi_1 = U_{(N-L1)_1} \angle 0 - U_{RLN} \angle 0 - U_{RL L1} \angle \alpha_1 \quad \Rightarrow$$

$$U_{(N-L1)_2} \angle \Psi_1 = 230 \angle 0 - 6,88 \angle 0 - 8,17 \angle -32,6 \quad \Leftrightarrow$$

$$U_{(N-L1)_2} \angle \Psi_1 = 216,3 \text{ V} \angle 1,17^\circ$$



# 3-faset usymmetrisk



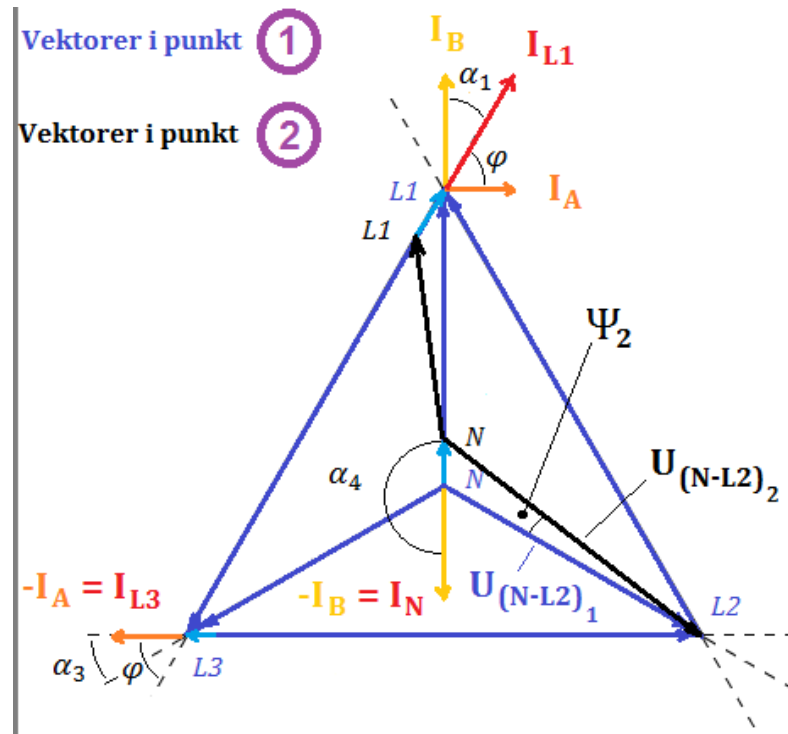
Fasespændingen  $U_{N-L2}$  i punkt 2:

$$U_{(N-L2)_1} \angle 0 = U_{(N-L2)_2} \angle \Psi_2 + U_{RLN} \angle 120 \quad \Leftrightarrow$$

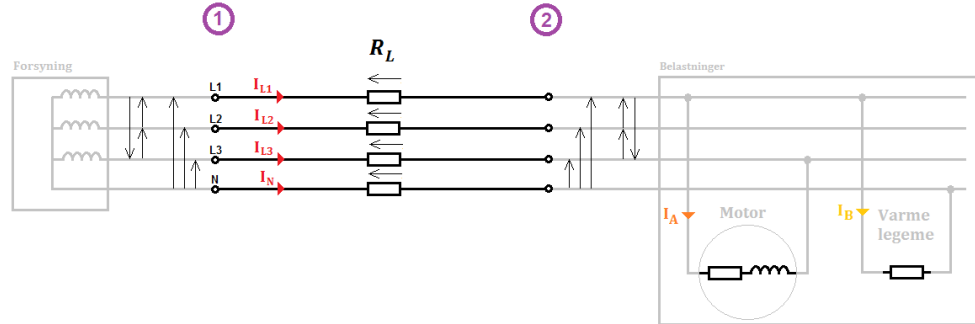
$$U_{(N-L2)_2} \angle \Psi_2 = U_{(N-L2)_1} \angle 0 - U_{RLN} \angle 120 \quad \Rightarrow$$

$$U_{(N-L2)_2} \angle \Psi_2 = 230 \angle 0 - 6,88 \angle 120 \quad \Leftrightarrow$$

$$U_{(N-L2)_2} \angle \Psi_2 = 233,5 \text{ V} \angle -1,46^\circ$$



# 3-faset usymmetrisk



Fasespændingen  $U_{N-L3}$  i punkt 2:

$$U_{(N-L3)_1} \angle 0 = U_{(N-L3)_2} \angle \Psi_3 + U_{RL L3} \angle \alpha_3 + U_{RL N} \angle -120 \Leftrightarrow$$

$$U_{(N-L3)_2} \angle \Psi_3 = U_{(N-L3)_1} \angle 0 - U_{RL L3} \angle \alpha_3 - U_{RL N} \angle -120 \Rightarrow$$

$$U_{(N-L3)_2} \angle \Psi_3 = 230 \angle 0 - 4,40 \angle -30 - 6,88 \angle -120 \Leftrightarrow$$

$$U_{(N-L3)_2} \angle \Psi_3 = \mathbf{229,8 V \angle 2,03^\circ}$$

