

ELEKTRISKE KREDSLØB (DC)

Kredsløbstyper:

- Serieforbindelser
- Parallelforbindelser
- Blandede forbindelser

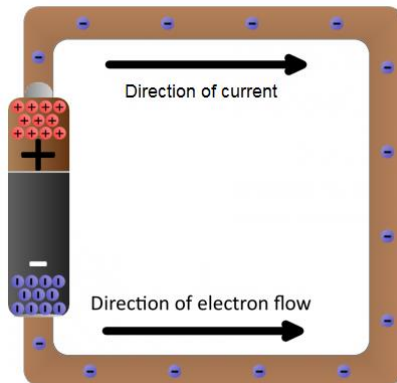
Central lovmæssigheder

- Ohms lov,
effektformel,
Kirchhoffs 1. & 2. lov



AAMS

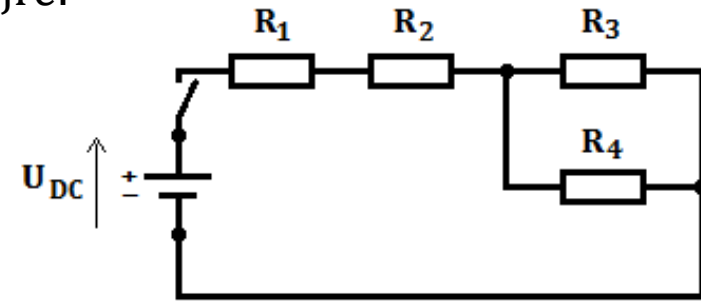
Aarhus Maskinmesterskole
Aarhus School of Marine and Technical Engineering



KELD DÝRMOSE

Blandede forbindelser

Lad os se nærmere på det blandede kredsløbet her til højre:



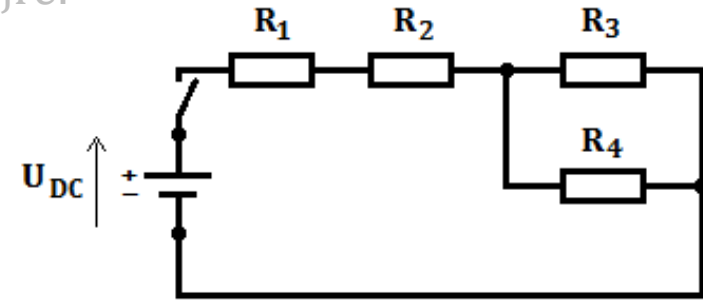
Blandede forbindelser

Lad os se nærmere på det blandede kredsløbet her til højre:

Der er ikke rigtigt noget nyt under solen her mht. lovmæssigheder, men lad os hurtigt gennemgå et eksempel:

Vi ved følgende om kredsløbet:

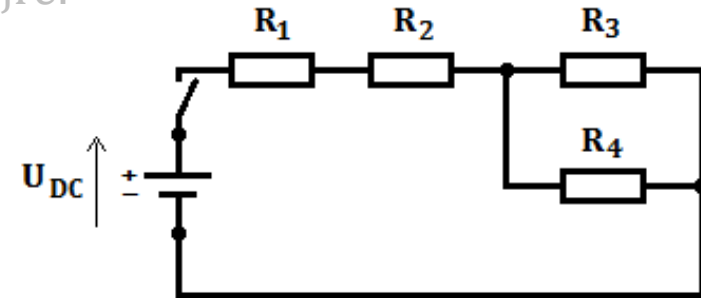
$$U_{DC} = 120 \text{ V}, \quad R_1 = 22 \text{ } \Omega, \quad R_2 = 56 \text{ } \Omega, \quad R_3 = 68 \text{ } \Omega, \quad R_4 = 82 \text{ } \Omega$$



Blandede forbindelser

Lad os se nærmere på det blandede kredsløb her til højre:

Der er ikke rigtig noget nyt under solen her mht. lovmæssigheder, men lad os hurtigt gennemgå et eksempel:



Vi ved følgende om kredsløbet:

$$U_{DC} = 120 \text{ V}, \quad R_1 = 22 \, \Omega, \quad R_2 = 56 \, \Omega, \quad R_3 = 68 \, \Omega, \quad R_4 = 82 \, \Omega$$

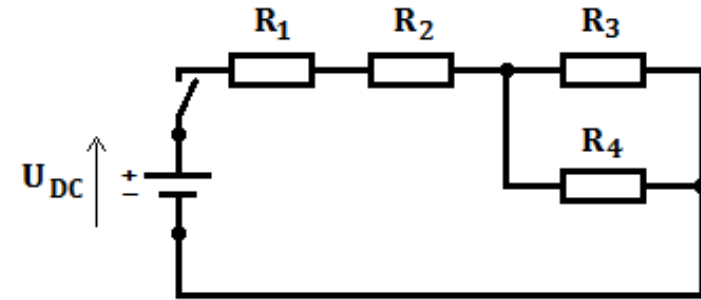
Spørgsmål:

1. Hvad er kredsens erstatningsresistans?
2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?
3. Hvilken spænding ligger der over de respektive resistanser i kredsløbet?
4. Hvilken effekt afsættes der i hver af de fire resistanser?

Blandede forbindelser

1. Hvad er kredsens erstatningsresistans (R_e)?

I denne situation er R_1 og R_2 i serie med parallelforbindelsen R_3 og R_4 :



$$U_{DC} = 120 \text{ V}$$

$$R_1 = 22 \Omega$$

$$R_2 = 56 \Omega$$

$$R_3 = 68 \Omega$$

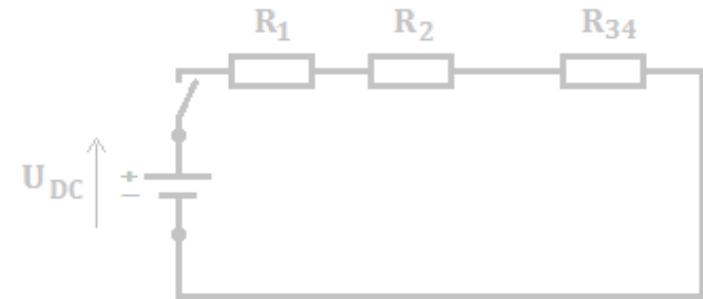
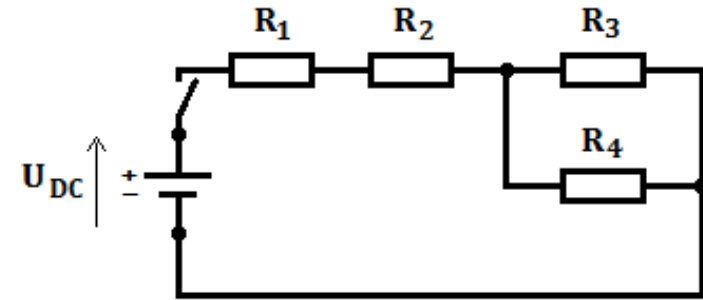
$$R_4 = 83 \Omega$$

Blandede forbindelser

1. Hvad er kredsens erstatningsresistans (R_e)?

I denne situation er R_1 og R_2 i serie med parallelforbindelsen R_3 og R_4 :

$$R_e = R_1 + R_2 + \left(\frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \right) \Rightarrow$$



Blandede forbindelser

1. Hvad er kredsens erstatningsresistans (R_e)?

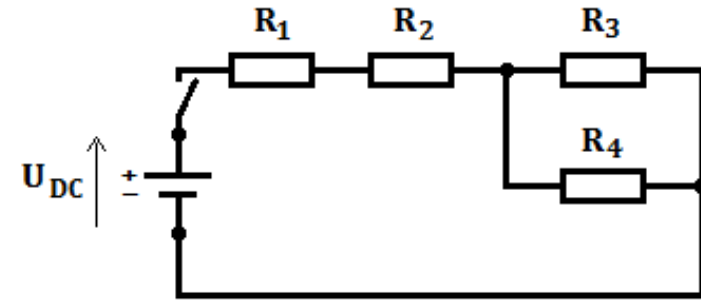
I denne situation er R_1 og R_2 i serie med parallelforbindelsen R_3 og R_4 :

$$R_e = R_1 + R_2 + \left(\frac{1}{\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4}} \right) \Rightarrow$$

$$R_e = 22 + 56 + \left(\frac{1}{\frac{1}{68} + \frac{1}{82}} \right) \Leftrightarrow$$

$$R_e = 22 + 56 + 37,2 \Leftrightarrow$$

$$\mathbf{R_e = 115,2 \Omega}$$



$$U_{DC} = 120 \text{ V}$$

$$R_1 = 22 \Omega$$

$$R_2 = 56 \Omega$$

$$R_3 = 68 \Omega$$

$$R_4 = 82 \Omega$$

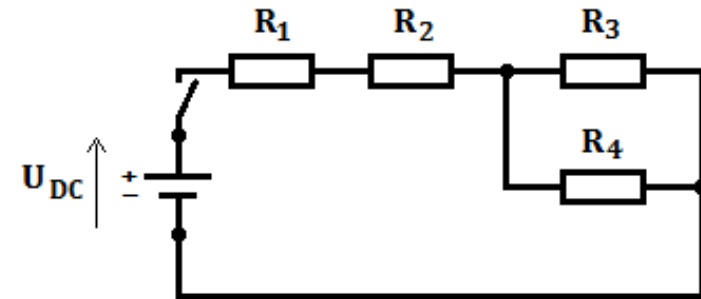
$$R_{34} = 37,2 \Omega$$

$$R_e = 115,2 \Omega$$

Blandede forbindelser

2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?

Lad os slutte kontakten og starte med at beregne strømmen I :



$$U_{DC} = 120 \text{ V}$$

$$R_1 = 22 \text{ } \Omega$$

$$R_2 = 56 \text{ } \Omega$$

$$R_3 = 68 \text{ } \Omega$$

$$R_4 = 83 \text{ } \Omega$$

$$R_{34} = 37,2 \text{ } \Omega$$

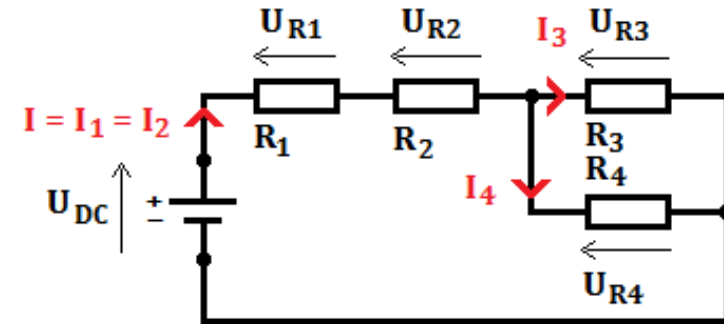
$$R_e = 115,2 \text{ } \Omega$$

Blandede forbindelser

2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?

Lad os slutte kontakten og starte med at beregne strømmen I :

$$I = \frac{U_{DC}}{R_e} \Rightarrow I = \frac{120}{115,2} \Leftrightarrow I = 1,042 \text{ A}$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 120 \text{ V} \\ R_1 &= 22 \Omega \\ R_2 &= 56 \Omega \\ R_3 &= 68 \Omega \\ R_4 &= 83 \Omega \\ R_{34} &= 37,2 \Omega \\ R_e &= 115,2 \Omega \\ I &= 1,042 \text{ A} \end{aligned}$$

Blandede forbindelser

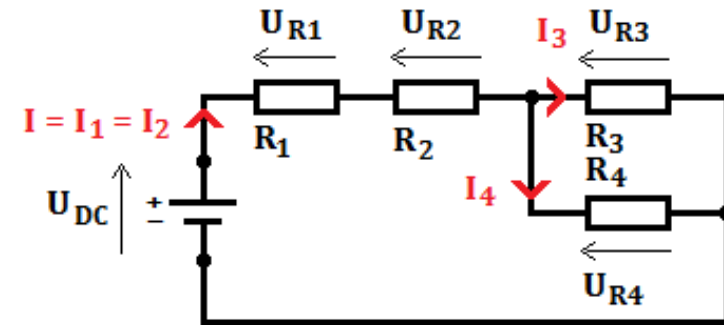
2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?

Lad os slutte kontakten og starte med at beregne strømmen I :

$$I = \frac{U_{DC}}{R_e} \Rightarrow I = \frac{120}{115,2} \Leftrightarrow I = 1,042 \text{ A}$$

Denne strøm må gennemløbe både R_1 og R_2 :

$$I = I_1 = I_2 = 1,042 \text{ A}$$



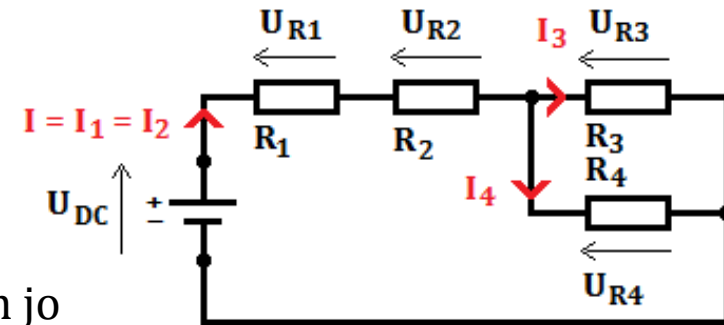
$$\begin{aligned} U_{DC} &= 120 \text{ V} \\ R_1 &= 22 \Omega \\ R_2 &= 56 \Omega \\ R_3 &= 68 \Omega \\ R_4 &= 83 \Omega \\ R_{34} &= 37,2 \Omega \\ R_e &= 115,2 \Omega \\ I &= 1,042 \text{ A} \end{aligned}$$

Blandede forbindelser

2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?

$$I = I_1 = I_2 = 1,042 \text{ A}$$

Men når strømmen "når" til parallelkredsen, møder den jo et knudpunkt og i henhold til Kirchhoffs 1. lov, må der her ske en strømdeling, således at strømmen I må dele sig i de to delstrømme I_{R3} og I_{R4} .



$$\begin{aligned}U_{DC} &= 120 \text{ V} \\R_1 &= 22 \Omega \\R_2 &= 56 \Omega \\R_3 &= 68 \Omega \\R_4 &= 83 \Omega \\R_{34} &= 37,2 \Omega \\R_e &= 115,2 \Omega \\I &= 1,042 \text{ A}\end{aligned}$$

Blandede forbindelser

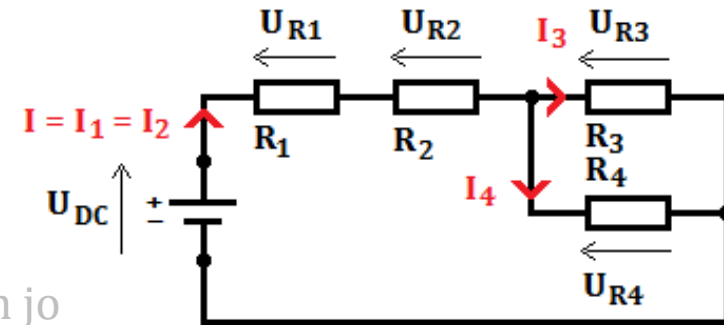
2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?

$$I = I_1 = I_2 = 1,042 \text{ A}$$

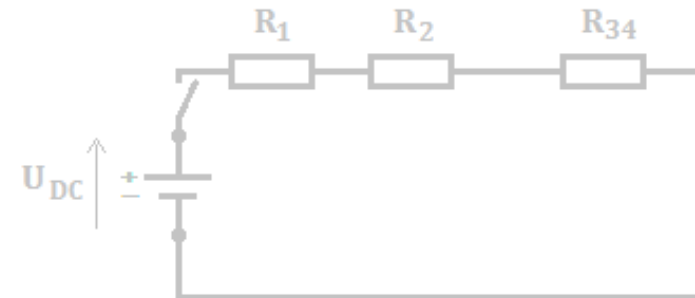
Men når strømmen "når" til parallelkredsen, møder den jo et knudpunkt og i henhold til Kirchhoffs 1. lov, må der her ske en strømdeling, således at strømmen I må dele sig i de to delstrømme I_{R3} og I_{R4} .

Denne strømdeling kan løses på mindst to måder, men lad os beregne spændingen over parallelkredsen:

$$U_{34} = I \cdot R_{34} \Rightarrow U_{34} = 1,042 \cdot 37,2 \Leftrightarrow U_{34} = 38,8 \text{ V}$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 120 \text{ V} \\ R_1 &= 22 \Omega \\ R_2 &= 56 \Omega \\ R_3 &= 68 \Omega \\ R_4 &= 83 \Omega \\ R_{34} &= 37,2 \Omega \\ R_e &= 115,2 \Omega \\ I &= 1,042 \text{ A} \\ U_{34} &= 38,8 \text{ V} \end{aligned}$$



Blandede forbindelser

2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?

$$I = I_1 = I_2 = 1,042 \text{ A}$$

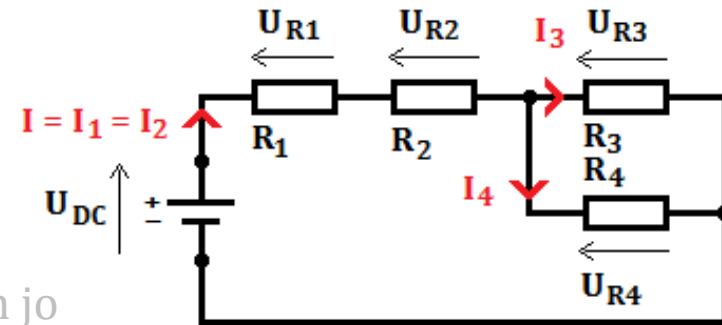
Men når strømmen "når" til parallelkredsen, møder den jo et knudpunkt og i henhold til Kirchhoffs 1. lov, må der her ske en strømdeling, således at strømmen I må dele sig i de to delstrømme I_{R3} og I_{R4} .

Denne strømdeling kan løses på mindst to måder, men lad os beregne spændingen over parallelkredsen:

$$U_{34} = I \cdot R_{34} \Rightarrow U_{34} = 1,042 \cdot 37,2 \Leftrightarrow U_{34} = 38,8 \text{ V}$$

Delstrømmene:

$$I_3 = \frac{U_{34}}{R_3} \Rightarrow I_3 = \frac{38,8}{68} \Leftrightarrow I_3 = 571 \text{ mA}$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 120 \text{ V} \\ R_1 &= 22 \Omega \\ R_2 &= 56 \Omega \\ R_3 &= 68 \Omega \\ R_4 &= 83 \Omega \\ R_{34} &= 37,2 \Omega \\ R_e &= 115,2 \Omega \\ I &= 1,042 \text{ A} \\ U_{34} &= 38,8 \text{ V} \\ I_3 &= 571 \text{ mA} \\ I_4 &= 473 \text{ mA} \end{aligned}$$

Blandede forbindelser

2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?

$$I = I_1 = I_2 = 1,042 \text{ A}$$

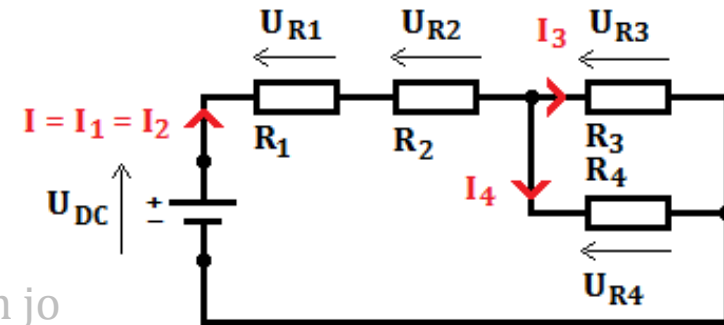
Men når strømmen "når" til parallelkredsen, møder den jo et knudpunkt og i henhold til Kirchhoffs 1. lov, må der her ske en strømdeling, således at strømmen I må dele sig i de to delstrømme I_{R3} og I_{R4} .

Denne strømdeling kan løses på mindst to måder, men lad os beregne spændingen over parallelkredsen:

$$U_{34} = I \cdot R_{34} \Rightarrow U_{34} = 1,042 \cdot 37,2 \Leftrightarrow U_{34} = 38,8 \text{ V}$$

Delstrømmene:

$$I_3 = \frac{U_{34}}{R_3} \Rightarrow I_3 = \frac{38,8}{68} \Leftrightarrow I_3 = 571 \text{ mA} \text{ og } I_4 = \frac{U_{34}}{R_4} \Rightarrow I_4 = \frac{38,8}{82} \Leftrightarrow I_4 = 473 \text{ mA}$$



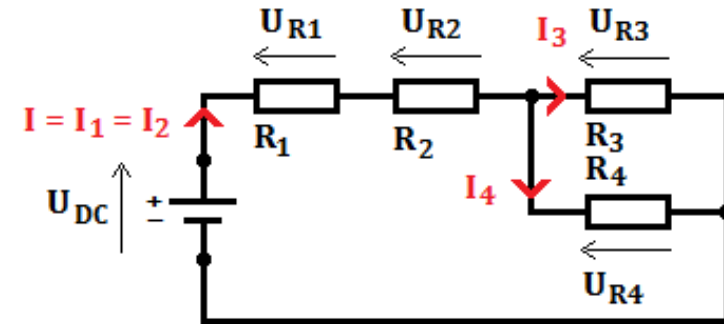
$$\begin{aligned} U_{DC} &= 120 \text{ V} \\ R_1 &= 22 \Omega \\ R_2 &= 56 \Omega \\ R_3 &= 68 \Omega \\ R_4 &= 83 \Omega \\ R_{34} &= 37,2 \Omega \\ R_e &= 115,2 \Omega \\ I &= 1,042 \text{ A} \\ U_{34} &= 38,8 \text{ V} \\ I_3 &= 571 \text{ mA} \\ I_4 &= 473 \text{ mA} \end{aligned}$$

Blandede forbindelser

2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?

Alternativt kunne disse strømme have været beregnet ved brug af strømdelelingsformel:

$$I_3 = I \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow$$



$$\begin{aligned}U_{DC} &= 120 \text{ V} \\R_1 &= 22 \ \Omega \\R_2 &= 56 \ \Omega \\R_3 &= 68 \ \Omega \\R_4 &= 83 \ \Omega \\R_{34} &= 37,2 \ \Omega \\R_e &= 115,2 \ \Omega \\I &= 1,042 \text{ A} \\U_{34} &= 38,8 \text{ V} \\I_3 &= 571 \text{ mA} \\I_4 &= 473 \text{ mA}\end{aligned}$$

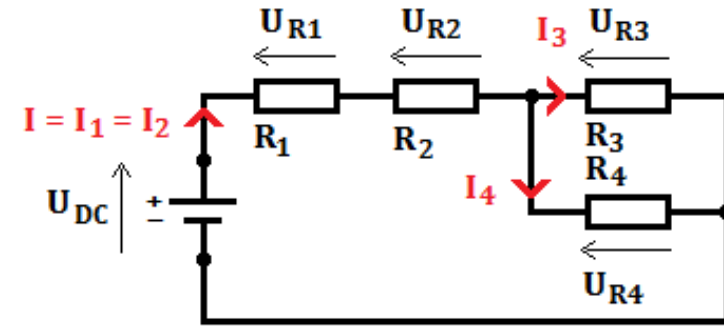
Blandede forbindelser

2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?

Alternativt kunne disse strømme have været beregnet ved brug af strømdelelingsformel:

$$I_3 = I \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow$$

$$I_3 = 1,042 \cdot \frac{82}{68 + 82} \Leftrightarrow I_3 = 0,570 \text{ A}$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 120 \text{ V} \\ R_1 &= 22 \Omega \\ R_2 &= 56 \Omega \\ R_3 &= 68 \Omega \\ R_4 &= 83 \Omega \\ R_{34} &= 37,2 \Omega \\ R_e &= 115,2 \Omega \\ I &= 1,042 \text{ A} \\ U_{34} &= 38,8 \text{ V} \\ I_3 &= 571 \text{ mA} \\ I_4 &= 473 \text{ mA} \end{aligned}$$

Blandede forbindelser

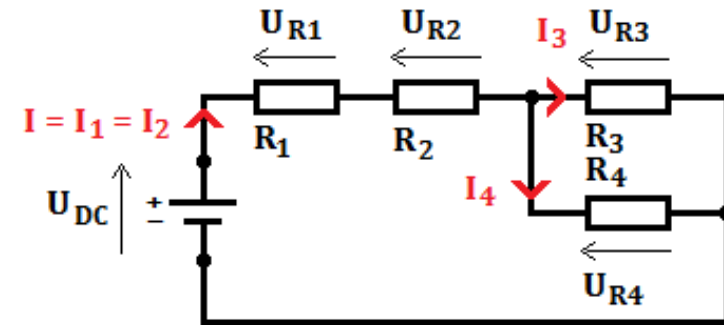
2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?

Alternativt kunne disse strømme have været beregnet ved brug af strømdelelingsformel:

$$I_3 = I \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow$$

$$I_3 = 1,042 \cdot \frac{82}{68 + 82} \Leftrightarrow I_3 = \mathbf{0,570 A}$$

$$I_4 = I - I_3 \Rightarrow I_4 = 1,042 - 0,57 \Leftrightarrow I_4 = \mathbf{0,472 A}$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 120 V \\ R_1 &= 22 \Omega \\ R_2 &= 56 \Omega \\ R_3 &= 68 \Omega \\ R_4 &= 83 \Omega \\ R_{34} &= 37,2 \Omega \\ R_e &= 115,2 \Omega \\ I &= 1,042 A \\ U_{34} &= 38,8 V \\ I_3 &= 571 mA \\ I_4 &= 473 mA \end{aligned}$$

Blandede forbindelser

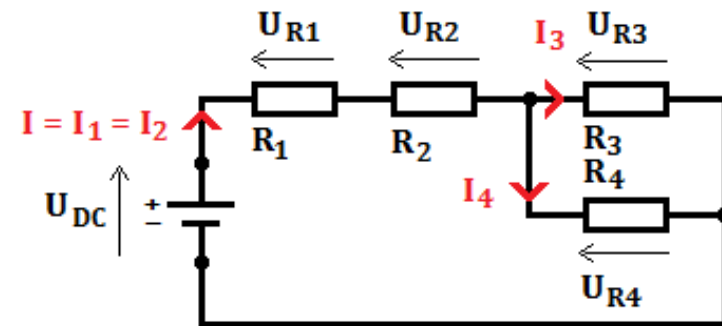
2. Hvilken strømstyrke gennemløbes de respektive resistanser af?

Alternativt kunne disse strømme have været beregnet ved brug af strømdelelingsformel:

$$I_3 = I \cdot \frac{R_4}{R_3 + R_4} \Rightarrow$$

$$I_3 = 1,042 \cdot \frac{82}{68 + 82} \Leftrightarrow I_3 = \mathbf{0,570 A}$$

$$I_4 = I - I_3 \Rightarrow I_4 = 1,042 - 0,57 \Leftrightarrow I_4 = \mathbf{0,472 A}$$



$$U_{DC} = 120 V$$

$$R_1 = 22 \Omega$$

$$R_2 = 56 \Omega$$

$$R_3 = 68 \Omega$$

$$R_4 = 83 \Omega$$

$$R_{34} = 37,2 \Omega$$

$$R_e = 115,2 \Omega$$

$$I = 1,042 A$$

$$U_{34} = 38,8 V$$

$$I_3 = 571 mA$$

$$I_4 = 473 mA$$

Jeg har i det følgende lige opstillet udledningen af strømdelelingsformlen, men har ikke kommenteret den, så du må lige selv pause videoen og læse, hvis du ikke har PPT.

Blandede forbindelser

Udledning af strømdelelsformel:

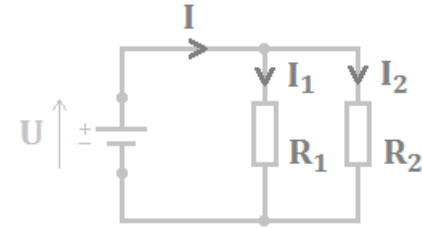
Som vi husker beregnes erstatningsresistansen for en parallelkreds på følgende vis (her vist for to resistanser):

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \Leftrightarrow$$

Nu vil jeg have højre side af ligningen på fælles brøkstreg, og det gøres jo ved at gange begge nævnere i hhv. tæller og nævner på den anden brøk:

$$\frac{1}{R_P} = \frac{R_2}{R_1 \cdot R_2} + \frac{R_1}{R_2 \cdot R_1} \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{1}{R_P} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 \cdot R_2} \quad \Leftrightarrow$$



Blandede forbindelser

Udledning af strømdelelsformel:

Nu tager reciprokverdien af begge sider af lighedstegnet:

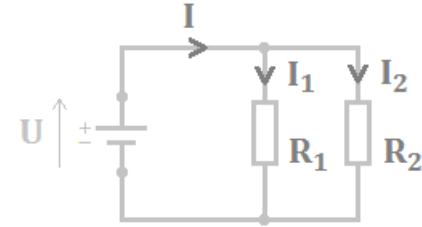
$$R_P = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

Mit udtryk (Ohms lov) for en parallelkreds med en påtrykt spænding (U) og den beskrevne erstatningsresistans (R_P) bliver:

$$U = I \cdot R_P \quad \Leftrightarrow$$

Udtryk for R_P indsættes i udtryk for Ohms lov:

$$U = I \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$



Blandede forbindelser

Udledning af strømdelelsformel:

Foregående udtryk skal nu kombineres med et udtryk for en af de to delstrømme. Lad tage strømmen gennem I_1 :

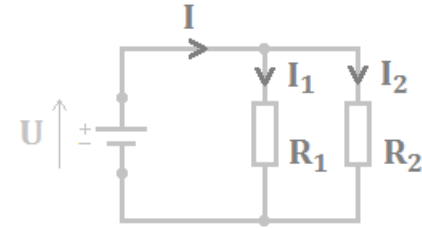
$$I_1 = \frac{U}{R_1}$$

Nu kombinerer jeg denne formel med den vi fandt lige før, som var:

$$U = I \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2}$$

- ved at gange I_1 på venstre side og $\frac{U}{R_1}$ på højre side:

$$U \cdot I_1 = I \cdot \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \cdot \frac{U}{R_1} \quad \Leftrightarrow$$



Blandede forbindelser

Udledning af strømdelelsformel:

Vi har altså ligningen:

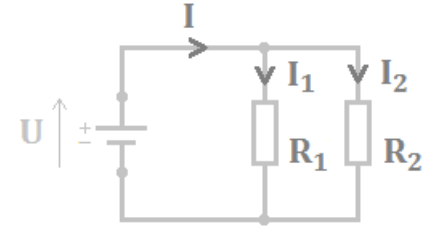
$$U \cdot I_1 = I \cdot \frac{R_1 \cdot R_2 \cdot U}{(R_1 + R_2) \cdot R_1} \quad \Leftrightarrow$$

Nu forkortes U væk på begge sider, og R_1 væk på højre side, og vi får følgende generelle strømdelelsformler:

$$I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} \quad \text{eller} \quad I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

På lignende vis kan man udlede følgende to **spændingsdelelsformler**, som gælder for spændingsdeling i seriekredsløb:

$$U_1 = U \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2} \quad \text{eller} \quad U_2 = U \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}$$



Blandede forbindelser

3. Hvilken spænding ligger der over de respektive resistanser i kredsløbet?

Spændingerne kan beregnes ved anvendelse af Ohms lov:

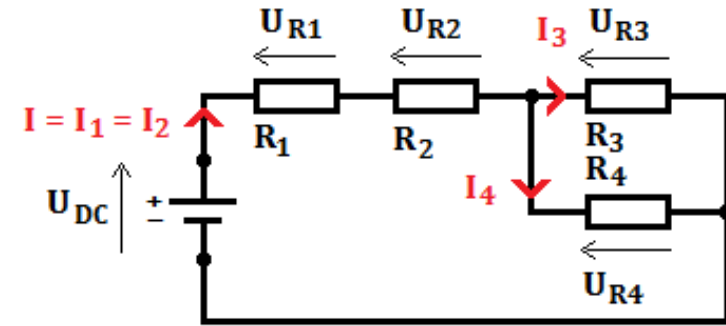
$$U_{R1} = I_1 \cdot R_1 \Rightarrow U_{R1} = 1,042 \cdot 22 \Leftrightarrow U_{R1} = 22,9 \text{ V}$$

$$U_{R2} = I_2 \cdot R_2 \Rightarrow U_{R2} = 1,042 \cdot 56 \Leftrightarrow U_{R2} = 58,4 \text{ V}$$

$$U_{R3} = I_3 \cdot R_3 \Rightarrow U_{R3} = 0,570 \cdot 68 \Leftrightarrow U_{R3} = 38,8 \text{ V}$$

$$U_{R4} = I_4 \cdot R_4 \Rightarrow U_{R4} = 0,472 \cdot 82 \Leftrightarrow U_{R4} = 38,8 \text{ V}$$

(de sidste to var jo beregnet, men nu er det kontrolleret 😊)

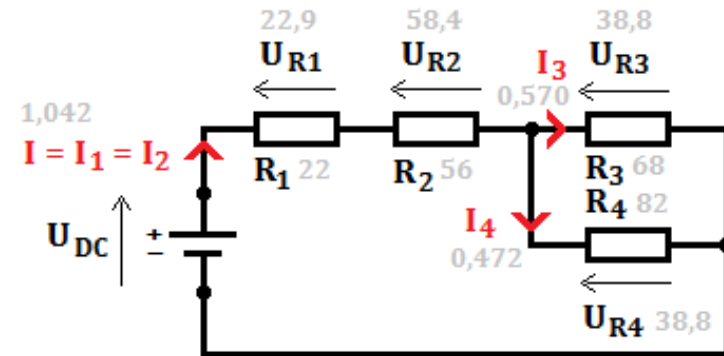


$$\begin{aligned} U_{DC} &= 120 \text{ V} \\ R_1 &= 22 \Omega \\ R_2 &= 56 \Omega \\ R_3 &= 68 \Omega \\ R_4 &= 83 \Omega \\ R_{34} &= 37,2 \Omega \\ R_e &= 115,2 \Omega \\ I &= 1,042 \text{ A} \\ U_{34} &= 38,8 \text{ V} \\ I_3 &= 571 \text{ mA} \\ I_4 &= 473 \text{ mA} \\ U_{R1} &= 22,9 \text{ V} \\ U_{R2} &= 58,4 \text{ V} \end{aligned}$$

Blandede forbindelser

4. Hvilken effekt afsættes der i hver af de fire resistanser?

Her har jeg blot anvendt effektformlen,
Men Joules lov kunne også have været brugt.



$$P_{R1} = U_{R1} \cdot I_1 \Rightarrow P_{R1} = 22,9 \cdot 1,042 \Leftrightarrow P_{R1} = 23,9 \text{ W}$$

$$P_{R2} = U_{R2} \cdot I_2 \Rightarrow P_{R2} = 58,4 \cdot 1,042 \Leftrightarrow P_{R2} = 60,9 \text{ W}$$

$$P_{R3} = U_{R3} \cdot I_3 \Rightarrow P_{R3} = 38,8 \cdot 0,570 \Leftrightarrow P_{R3} = 22,1 \text{ W}$$

$$P_{R4} = U_{R4} \cdot I_4 \Rightarrow P_{R4} = 38,8 \cdot 0,472 \Leftrightarrow P_{R4} = 18,3 \text{ W}$$

$$U_{DC} = 120 \text{ V}$$

$$R_1 = 22 \Omega$$

$$R_2 = 56 \Omega$$

$$R_3 = 68 \Omega$$

$$R_4 = 82 \Omega$$

$$R_{34} = 37,2 \Omega$$

$$R_e = 115,2 \Omega$$

$$I = 1,042 \text{ A}$$

$$U_{34} = 38,8 \text{ V}$$

$$I_3 = 571 \text{ mA}$$

$$I_4 = 473 \text{ mA}$$

$$U_{R1} = 22,9 \text{ V}$$

$$U_{R2} = 58,4 \text{ V}$$