

# AC

## IMPEDANSBEGREBET

### - KONDENSATOREN

- Faseforskydning mellem I og U
- Eksempel:

R, X og Z

I og U

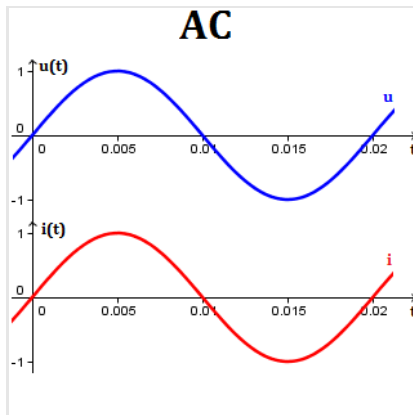
P, Q og S

Diagrammer



# AAMS

Aarhus Maskinmesterskole  
Aarhus School of Marine and Technical Engineering

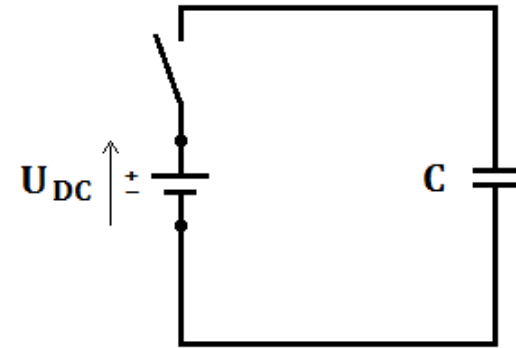


KELD DÝRMOSE

# AC Impedansbegrebet

## Kondensatorens faseforskydning:

En kondensator består alene af ideel reaktiv del ( $X_C$ ), og derfor vil strømmen altid faseforskydes  $90^\circ$  forud for spændingen.



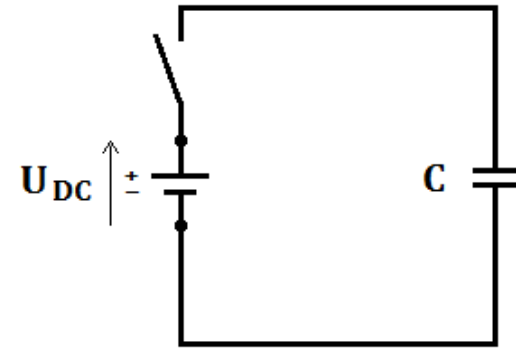
# AC Impedansbegrebet

## Kondensatorens faseforskydning:

En kondensator består alene af ideel reaktiv del ( $X_C$ ), og derfor vil strømmen altid faseforskydes  $90^\circ$  forud for spændingen.

Årsagen er at umiddelbar efter vi har sluttet kontakten i DC kredsløbet her til højre, vil der ingen ladningsforskel være på de to kondensatorplader, og derfor må spændingen over kondensatoren være  $0\text{ V}$ . Hele klemspændingen må i starten derfor ligge over den resistans der nu måtte være i kredsen, og strømmen må altså her være maksimal.

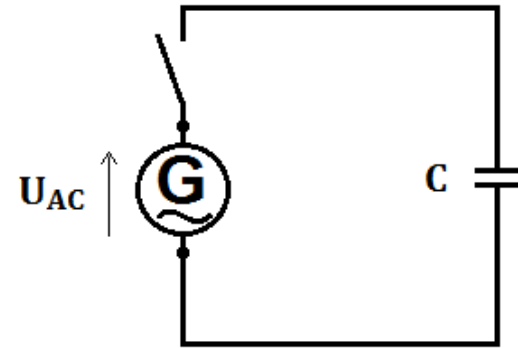
Efterhånden som spændingen over kondensatoren stiger mod maksimum, falder strømmen modsat mod  $0\text{ A}$ .



# AC Impedansbegrebet

## Kondensatorens faseforskydning:

Hvis vi nu overfører dette princip til en kondensator påtrykt en AC spænding,

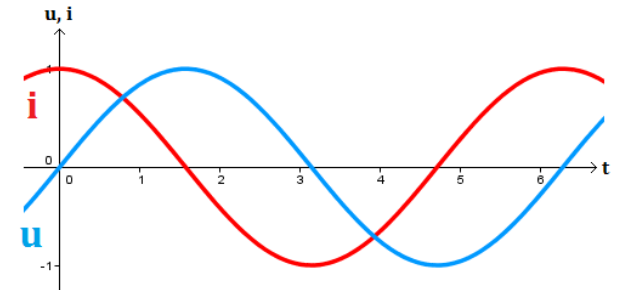
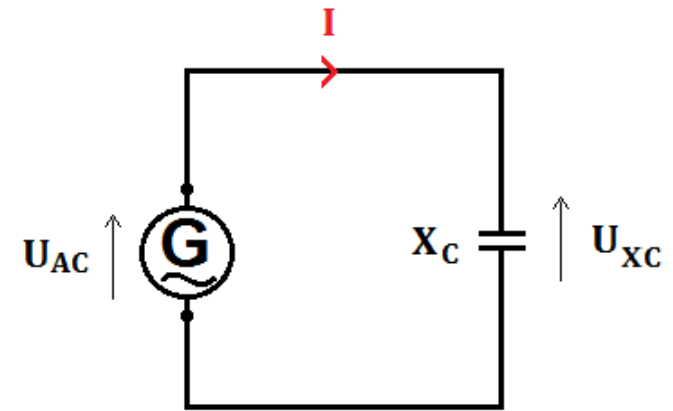


# AC Impedansbegrebet

## Kondensatorens faseforskydning:

Hvis vi nu overfører dette princip til en kondensator påtrykt en AC spænding, og slutter kontakten, må sinuskurven se ud som her til højre for den ideelle kreds.

Strømmen i en kondensatorkreds er maksimal når spændingen over den er 0 V  
Spændingen over kondensatoren vil herefter vokse (den lader op) og være maksimal når strømmen i kredsen er 0 A



# AC Impedansbegrebet

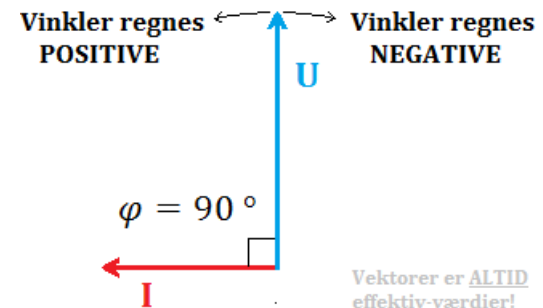
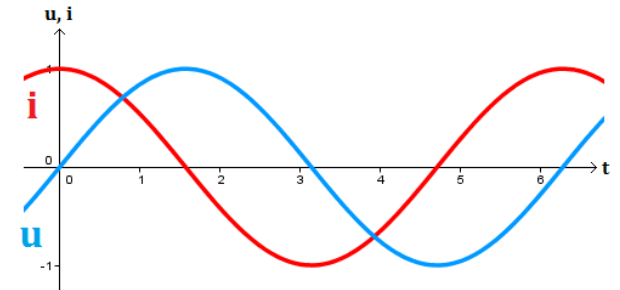
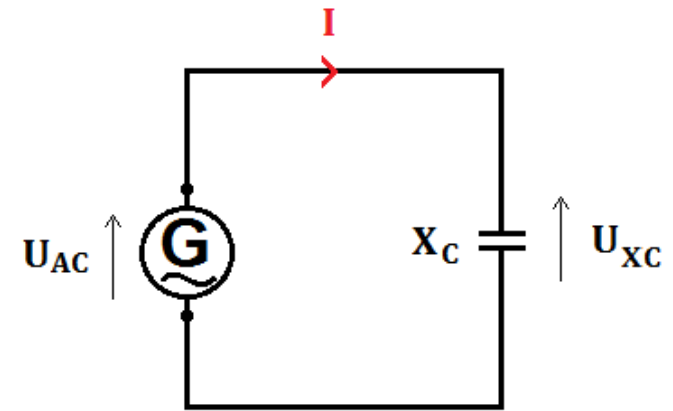
## Kondensatorens faseforskydning:

Hvis vi nu overfører dette princip til en kondensator påtrykt en AC spænding, og slutter kontakten, må sinuskurven se ud som her til højre for den ideelle kreds.

Strømmen i en kondensator kredsløb er maksimal når spændingen over den er 0 V  
Spændingen over kondensatoren vil herefter vokse (den lader op) og være maksimal når strømmen i kredsen er 0 A

Strøm og spænding i et kredsløb illustreres ofte med et vektordiagram, hvori strømvektorens placering altid er ift. spændingsvektoren.

En strøm der er 90 grader forud (som her), skal altså vises som her til højre:

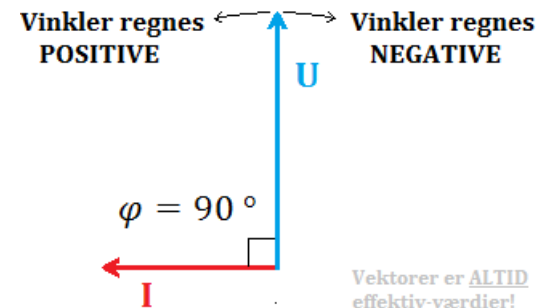
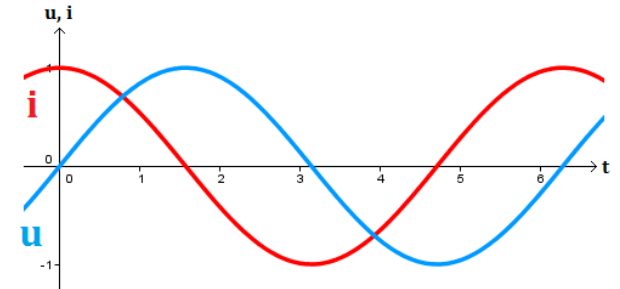
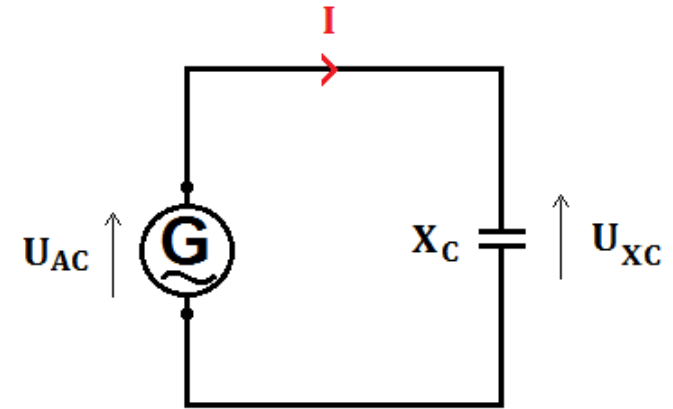


# AC Impedansbegrebet

## Kondensatorens reaktans ( $X_C$ ):

Efterhånden som elektronerne flyder til en af kondensatorpladerne, vil det elektriske felt herpå stige. Dette medfører at de tilflydende elektroner oplever en stigende modstand pga. dette felt. Denne modstand udgør kondensatorens reaktans ( $X_C$ ), og er årsagen til faseforskydningen. Reaktansen bestemmes af to ting:

- Kondensatorens kapacitans (C)
- Spændingens frekvens (f)



Vektorer er **ALTID** effektiv-værdier!

# AC Impedansbegrebet

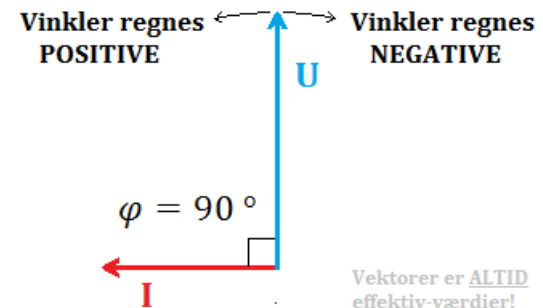
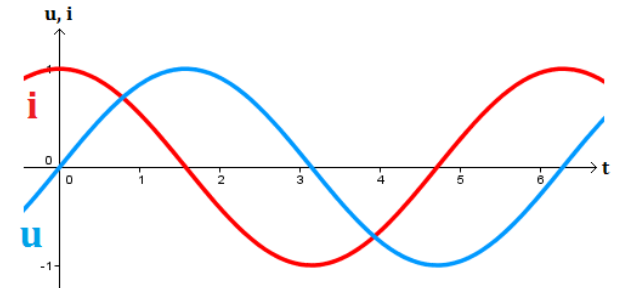
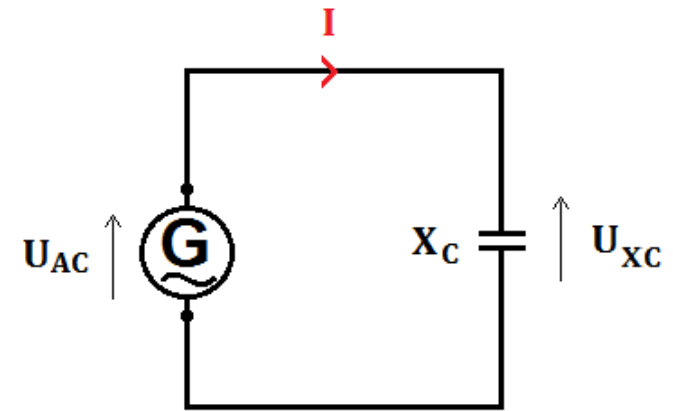
## Kondensatorens reaktans ( $X_C$ ):

Efterhånden som elektronerne flyder til en af kondensatorpladerne, vil det elektriske felt herpå stige. Dette medfører at de tilflydende elektroner oplever en stigende modstand pga. dette felt. Denne modstand udgør kondensatorens reaktans ( $X_C$ ), og er årsagen til faseforskydningen. Reaktansen bestemmes af to ting:

- Kondensatorens kapacitans (C)
- Spændingens frekvens (f)

På formel kan en kondensators reaktans (kapacitiv reaktans) beskrives ved følgende sammenhæng:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad [\Omega]$$





# AC Impedansbegrebet

## Kondensatorens reaktans ( $X_C$ ):

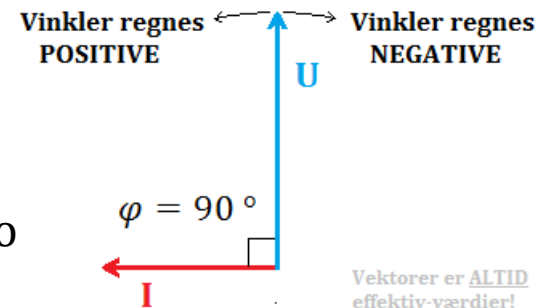
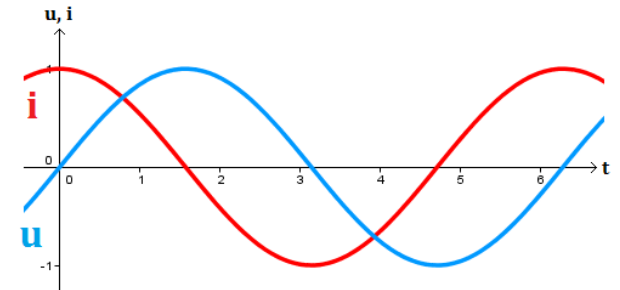
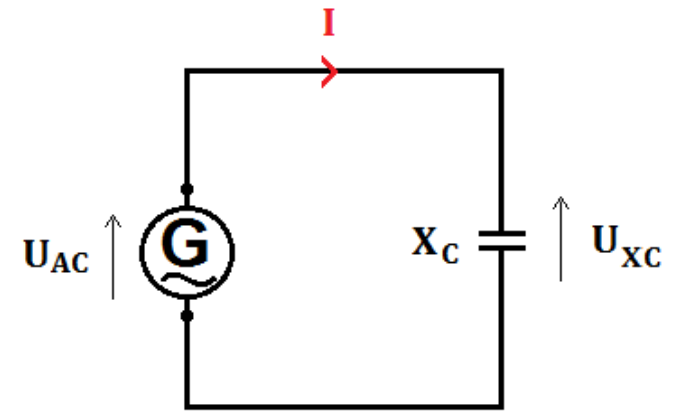
Efterhånden som elektronerne flyder til en af kondensatorpladerne, vil det elektriske felt herpå stige. Dette medfører at de tilflydende elektroner oplever en stigende modstand pga. dette felt. Denne modstand udgør kondensatorens reaktans ( $X_C$ ), og er årsagen til faseforskydningen. Reaktansen bestemmes af to ting:

- Kondensatorens kapacitans ( $C$ )
- Spændingens frekvens ( $f$ )

På formel kan en kondensators reaktans (kapacitiv reaktans) beskrives ved følgende sammenhæng:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad [\Omega]$$

Jo større  $f$  og  $C$ , jo mindre ladningsforskel på plader og jo mindre "modstand" (reaktans) møder elektroner.



Vektorer er ALTID effektiv-værdier!

# AC Impedansbegrebet

## Kondensatorens reaktans ( $X_C$ ):

Efterhånden som elektronerne flyder til en af kondensatorpladerne, vil det elektriske felt herpå stige. Dette medfører at de tilflydende elektroner oplever en stigende modstand pga. dette felt. Denne modstand udgør kondensatorens reaktans ( $X_C$ ), og er årsagen til faseforskydningen. Reaktansen bestemmes af to ting:

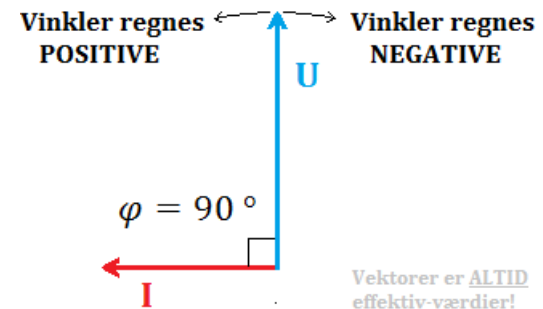
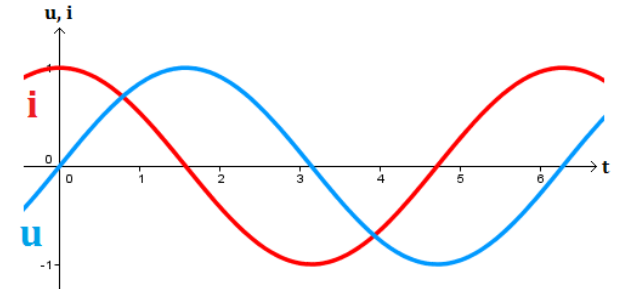
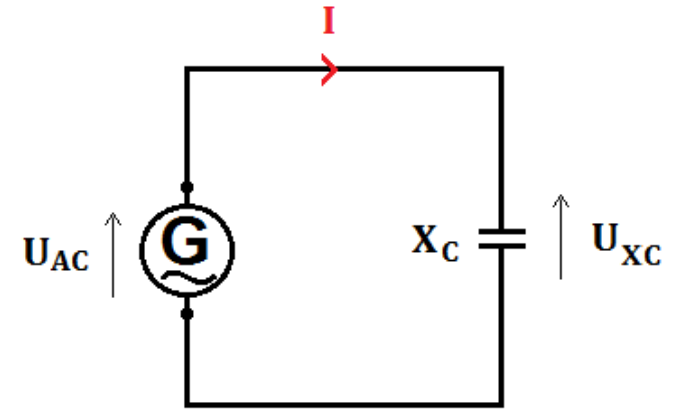
- Kondensatorens kapacitans ( $C$ )
- Spændingens frekvens ( $f$ )

Kondensators reaktans:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \quad [\Omega]$$

Strømmen i den ideelle kreds:

$$I = \frac{U_{XC}}{X_C} \quad [A]$$



# AC Impedansbegrebet

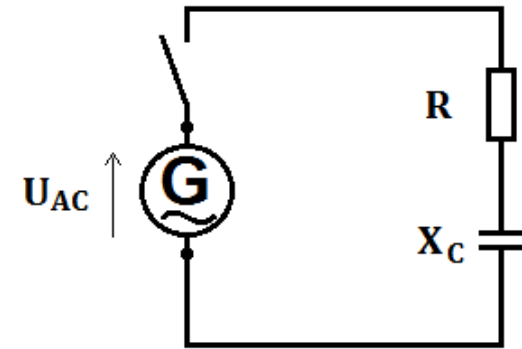
Kondensatoren i RC-led eksemplificeret:

$$U_{AC} = 230 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$R = 82 \ \Omega$$

$$C = 68 \ \mu\text{F}$$



# AC Impedansbegrebet

Kondensatoren i RC-led eksemplificeret:

$$U_{AC} = 230 \text{ V}$$

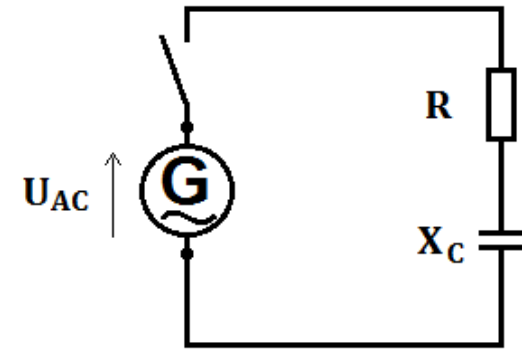
$$f = 50 \text{ Hz}$$

$$R = 82 \ \Omega$$

$$C = 68 \ \mu\text{F}$$

Kondensatorens reaktans beregnes:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \Rightarrow$$



# AC Impedansbegrebet

Kondensatoren i RC-led eksemplificeret:

$$U_{AC} = 230 \text{ V}$$

$$f = 50 \text{ Hz}$$

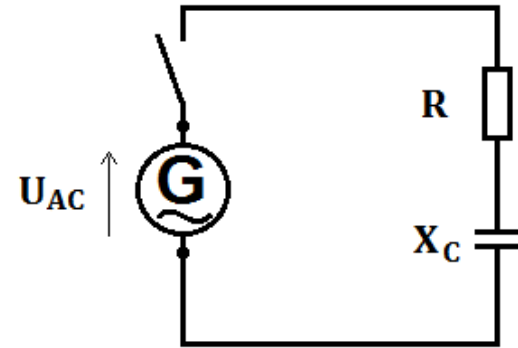
$$R = 82 \text{ } \Omega$$

$$C = 68 \text{ } \mu\text{F}$$

Kondensatorens reaktans beregnes:

$$X_C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot C} \Rightarrow X_C = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 0,000,068} \Leftrightarrow$$

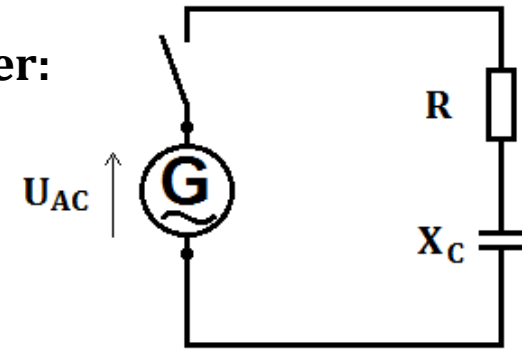
$$X_C = \mathbf{46,8 \text{ } \Omega}$$



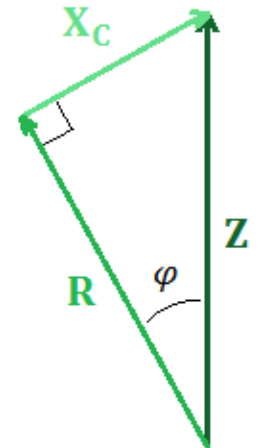
# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega$$

RC-leddets impedans kan nu beregnes på flere måder:



Impedanstrekant:



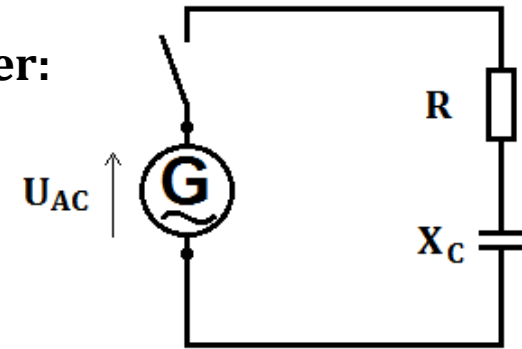
# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega$$

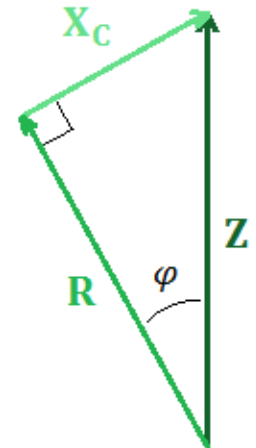
RC-leddets impedans kan nu beregnes på flere måder:

- Som vektorer:

$$Z \angle \varphi = (R \angle 0) + (X_C \angle -90) \quad \Rightarrow$$



Impedanstrekant:



# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega$$

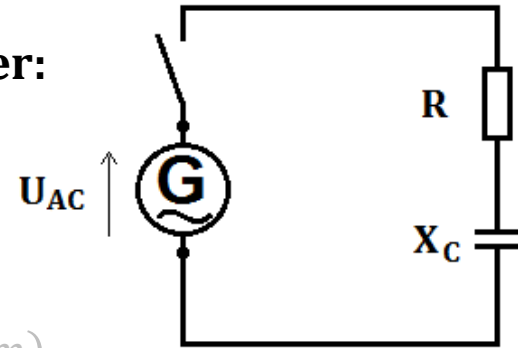
RC-leddets impedans kan nu beregnes på flere måder:

- Som vektorer:

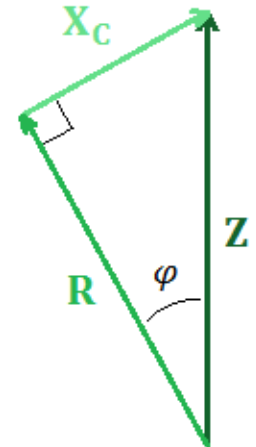
$$Z \angle \varphi = (R \angle 0) + (X_C \angle -90) \quad \Rightarrow$$

$$Z \angle \varphi = (82 \angle 0) + (46,8 \angle -90) \quad \Leftrightarrow$$

$$Z \angle \varphi = \mathbf{94,4 \Omega \angle -29,7^\circ} \quad (\textit{kompleks polær form})$$



Impedanstrekant:





# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega$$

RC-leddets impedans kan nu beregnes på flere måder:

- Som vektorer:

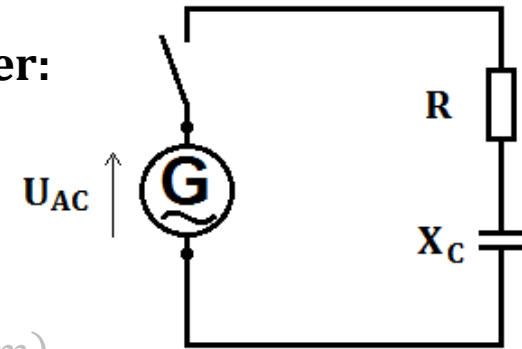
$$Z \angle \varphi = (R \angle 0) + (X_C \angle -90) \quad \Rightarrow$$

$$Z \angle \varphi = (82 \angle 0) + (46,8 \angle -90) \quad \Leftrightarrow$$

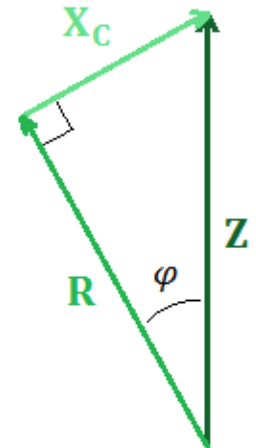
$$Z \angle \varphi = \mathbf{94,4 \Omega \angle -29,7^\circ} \quad (\textit{kompleks polær form})$$

- Kompleks rektangulær form:

$$Z \angle \varphi = (R - iX_C) \quad \Rightarrow$$



Impedanstrekant:



# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega$$

RC-leddets impedans kan nu beregnes på flere måder:

- Som vektorer:

$$Z \angle \varphi = (R \angle 0) + (X_C \angle -90) \Rightarrow$$

$$Z \angle \varphi = (82 \angle 0) + (46,8 \angle -90) \Leftrightarrow$$

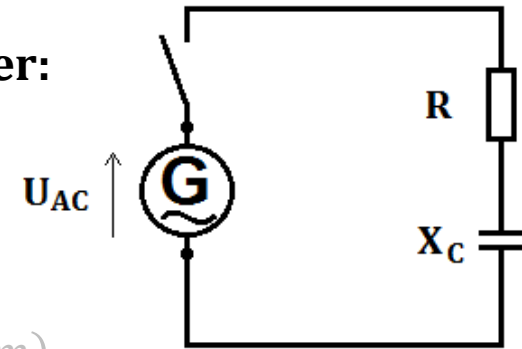
$$Z \angle \varphi = \mathbf{94,4 \Omega \angle -29,7^\circ} \quad (\textit{kompleks polær form})$$

- Kompleks rektangulær form:

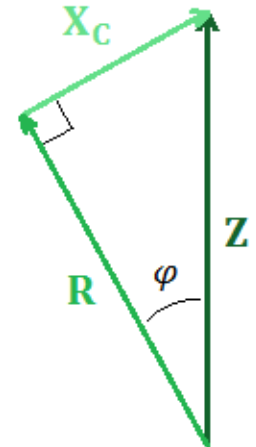
$$Z \angle \varphi = (R - iX_C) \Rightarrow$$

$$Z \angle \varphi = (82 - i46,8) \Leftrightarrow$$

$$Z \angle \varphi = \mathbf{94,4 \Omega \angle -29,7^\circ}$$



Impedanstrekant:



# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega$$

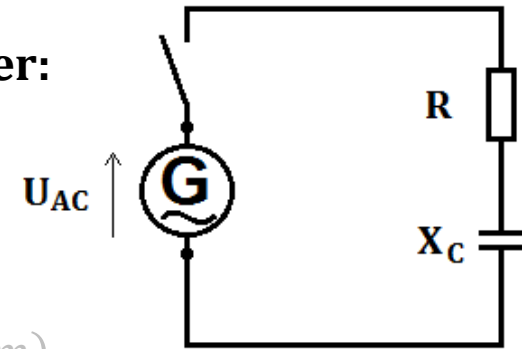
RC-leddets impedans kan nu beregnes på flere måder:

- Som vektorer:

$$Z \angle \varphi = (R \angle 0) + (X_C \angle -90) \Rightarrow$$

$$Z \angle \varphi = (82 \angle 0) + (46,8 \angle -90) \Leftrightarrow$$

$$Z \angle \varphi = \mathbf{94,4 \Omega \angle -29,7^\circ} \quad (\textit{kompleks polær form})$$



- Kompleks rektangulær form:

$$Z \angle \varphi = (R - iX_C) \Rightarrow$$

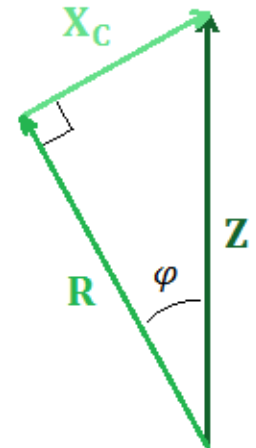
$$Z \angle \varphi = (82 - i46,8) \Leftrightarrow$$

$$Z \angle \varphi = \mathbf{94,4 \Omega \angle -29,7^\circ}$$

- Trigonometrisk (Pythagoras):

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \Rightarrow Z = \sqrt{82^2 + 46,8^2} \Leftrightarrow Z = \mathbf{94,4 \Omega}$$

Impedanstrekant:



# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega$$

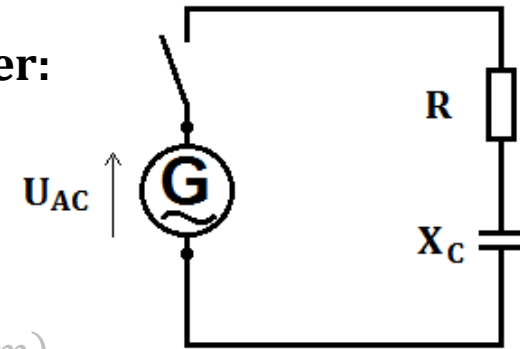
RC-leddets impedans kan nu beregnes på flere måder:

- Som vektorer:

$$Z \angle \varphi = (R \angle 0) + (X_C \angle -90) \Rightarrow$$

$$Z \angle \varphi = (82 \angle 0) + (46,8 \angle -90) \Leftrightarrow$$

$$Z \angle \varphi = \mathbf{94,4 \Omega \angle -29,7^\circ} \quad (\textit{kompleks polær form})$$



- Kompleks rektangulær form:

$$Z \angle \varphi = (R - iX_C) \Rightarrow$$

$$Z \angle \varphi = (82 - i46,8) \Leftrightarrow$$

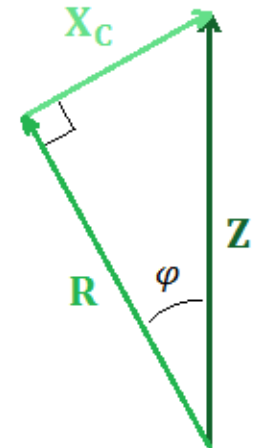
$$Z \angle \varphi = \mathbf{94,4 \Omega \angle -29,7^\circ}$$

- Trigonometrisk (Pythagoras):

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2} \Rightarrow Z = \sqrt{82^2 + 46,8^2} \Leftrightarrow Z = \mathbf{94,4 \Omega}$$

$$\varphi = \tan^{-1}\left(\frac{X_C}{R}\right) \Rightarrow \varphi = \tan^{-1}\left(\frac{22}{30}\right) \Rightarrow \varphi = \mathbf{29,7^\circ}$$

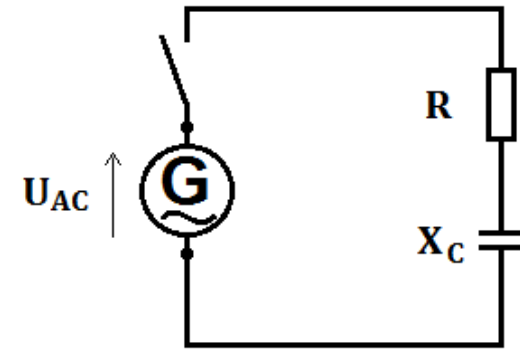
Impedanstrekant:



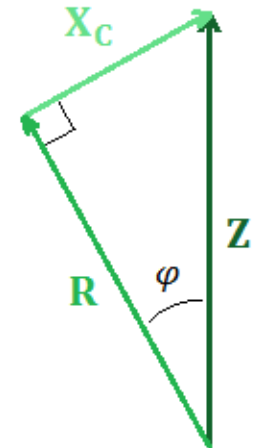
# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$

Hvis kredsen slutes vil der løbe en strøm i kredsen, som er faseforskudt med netop samme vinkel  $\varphi$  ift. den på kredsen påtrykte spænding.



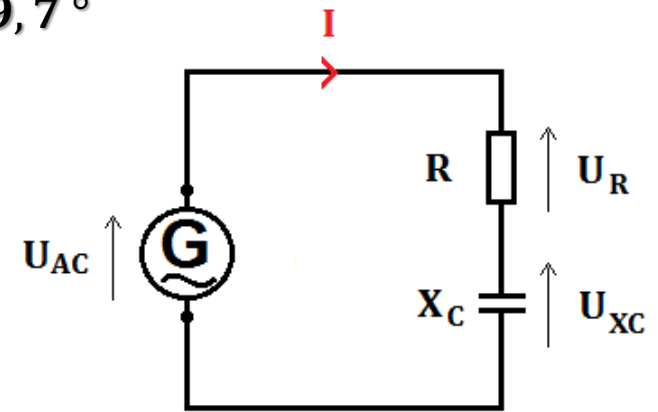
Impedanstrekant:



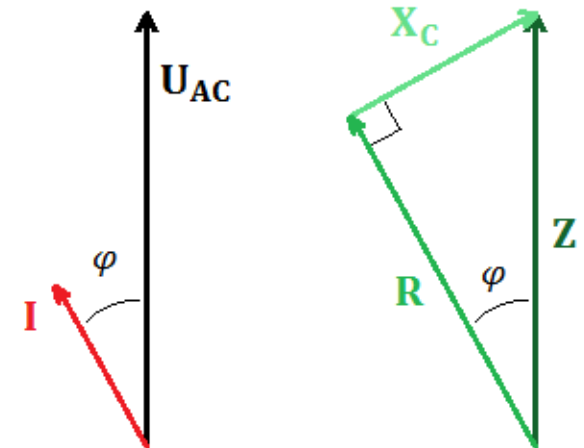
# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$

Hvis kredsen slutes vil der løbe en strøm i kredsen, som er faseforskudt med netop samme vinkel  $\varphi$  ift. den på kredsen påtrykte spænding.



Vektordiagram: Impedanstrekant:



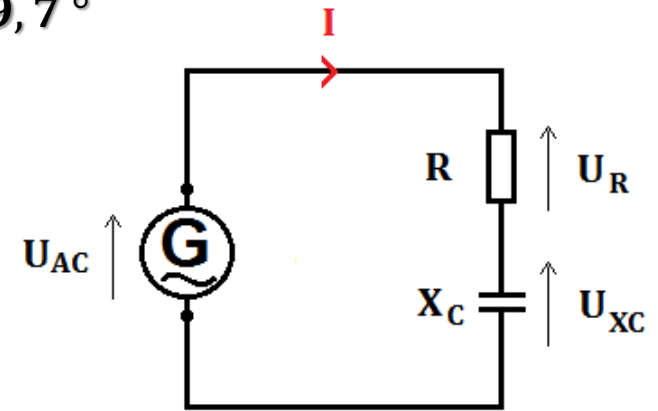
# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$

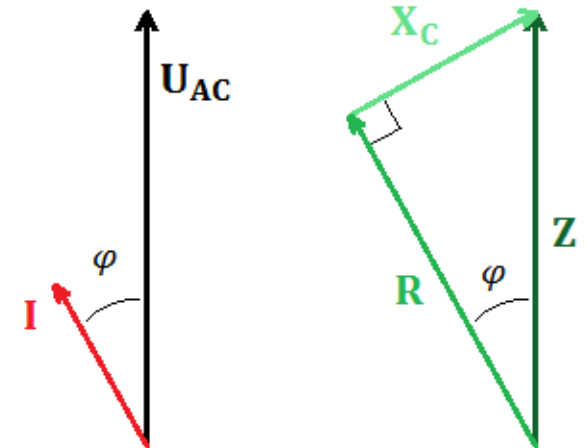
Hvis kredsen slutes vil der løbe en strøm i kredsen, som er faseforskudt med netop samme vinkel  $\varphi$  ift. den på kredsen påtrykte spænding.

**Strømmens størrelse:**

$$I = \frac{U_{AC}}{Z} \Rightarrow I = \frac{230}{94,4} \Leftrightarrow I = 2,44 \text{ A}$$



**Vektordiagram: Impedanstrekant:**



# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$

Hvis kredsen slutes vil der løbe en strøm i kredsen, som er faseforskudt med netop samme vinkel  $\varphi$  ift. den på kredsen påtrykte spænding.

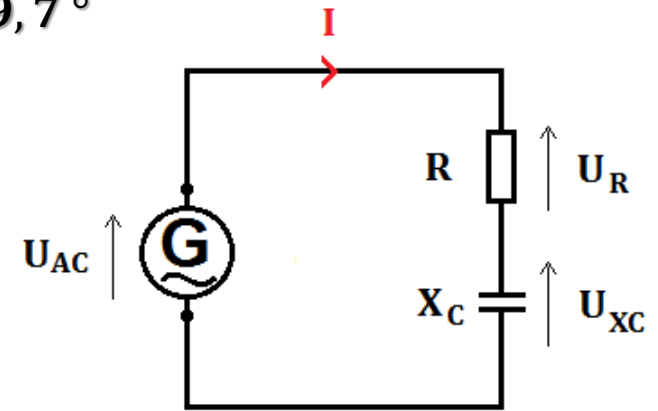
**Strømmens størrelse:**

$$I = \frac{U_{AC}}{Z} \Rightarrow I = \frac{230}{94,4} \Leftrightarrow I = 2,44 \text{ A}$$

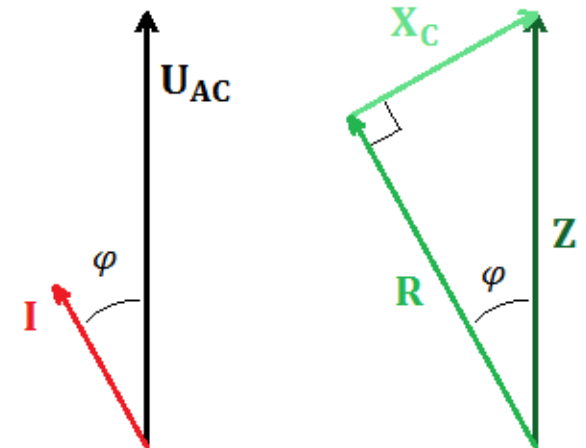
**Strømmen kunne man også have beregnet komplekst:**

$$I \angle \varphi = \frac{U_{AC} \angle 0}{Z \angle \varphi} \Rightarrow I \angle \varphi = \frac{230 \angle 0}{94,4 \angle -29,7}$$

$$I \angle \varphi = 2,44 \text{ A} \angle 29,7^\circ$$



**Vektordiagram: Impedanstrekant:**



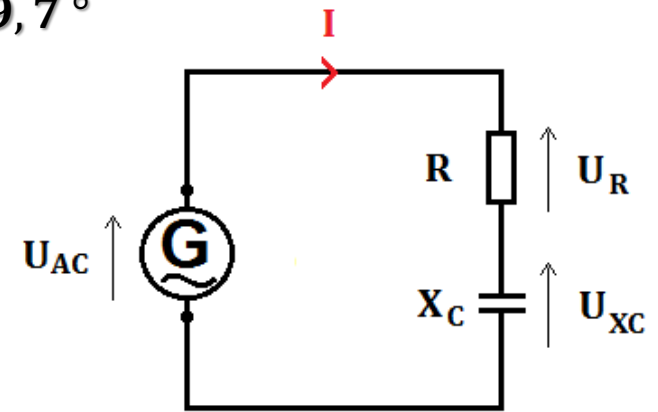


# AC Impedansbegrebet

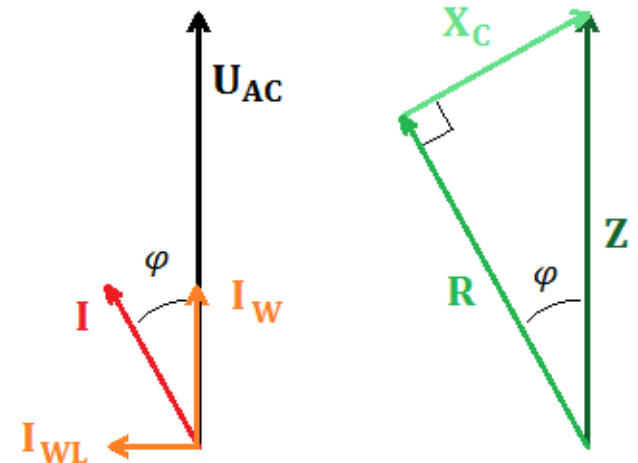
$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$
$$I \angle \varphi = 2,44 \text{ A} \angle 29,7^\circ$$

Denne strøm ( $I$ ) kan opdeles i to komponenter, idet resistansen del optager en wattstrøm ( $I_W$ ), mens kondensatoren optager en wattløs strøm ( $I_{WL}$ )

$$\bar{I} = \bar{I}_W + \bar{I}_{WL}$$



Vektordiagram: Impedanstrekant:

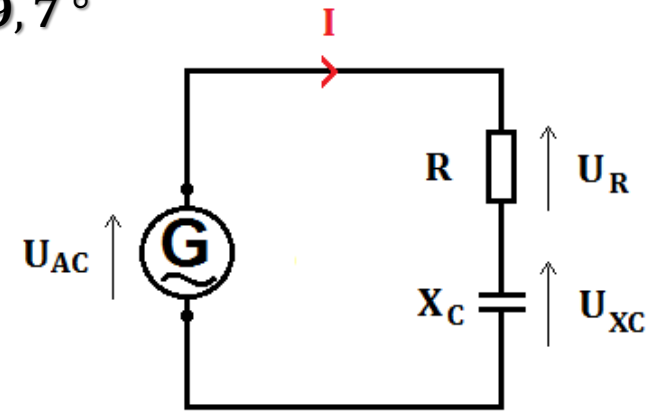


# AC Impedansbegrebet

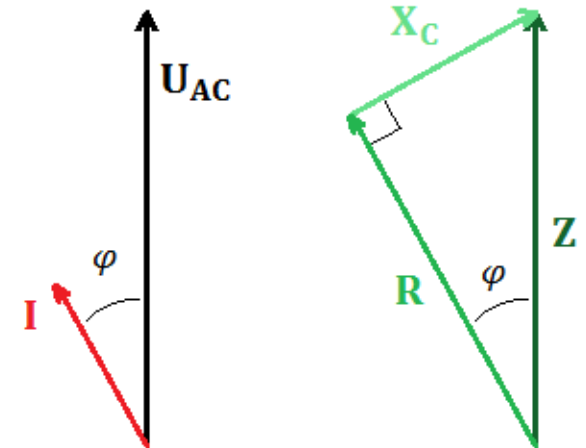
$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$
$$I \angle \varphi = 2,44 \text{ A} \angle 29,7^\circ$$

Spændingerne over hhv. resistans (R) og kondensatorens reaktans ( $X_L$ ) kan beregnes med Ohms lov:

$$U_R = I \cdot R \quad \Rightarrow$$
$$U_R = 2,44 \cdot 82 \quad \Leftrightarrow$$
$$U_R = \mathbf{200 \text{ V}}$$



Vektordiagram: Impedanstrekant:



# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$

$$I \angle \varphi = 2,44 \text{ A} \angle 29,7^\circ$$

Spændingerne over hhv. resistans (R) og kondensatorens reaktans ( $X_C$ ) kan beregnes med Ohms lov:

$$U_R = I \cdot R \quad \Rightarrow$$

$$U_R = 2,44 \cdot 82 \quad \Leftrightarrow$$

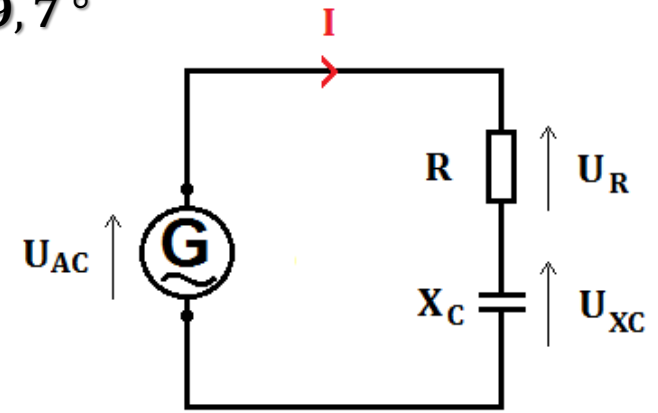
$$U_R = \mathbf{200 \text{ V}}$$

$$U_{XC} = I \cdot X_C \quad \Rightarrow$$

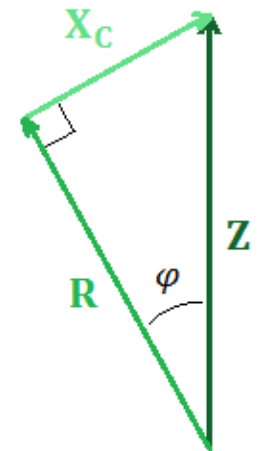
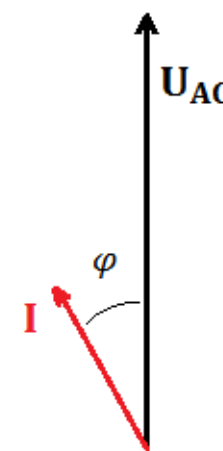
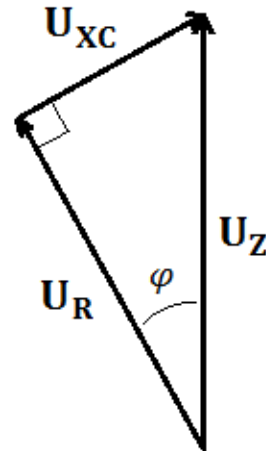
$$U_{XC} = 2,44 \cdot 46,8 \quad \Leftrightarrow$$

$$U_{XC} = \mathbf{114 \text{ V}}$$

$$\bar{U}_Z = \bar{U}_R + \bar{U}_{XC} = 230 \text{ V}$$



Spændingstrekanter: Vektordiagram: Impedanstrekanter:



# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$

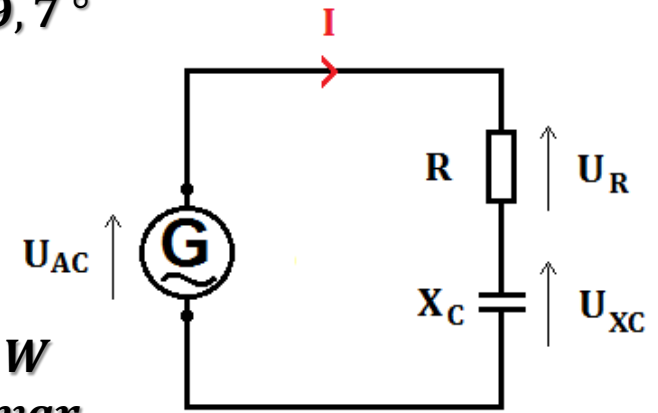
$$I \angle \varphi = 2,44 \text{ A} \angle 29,7^\circ$$

De i kredsen afsatte effekter:

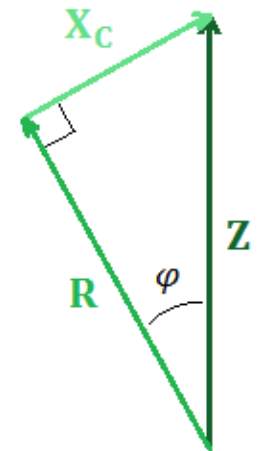
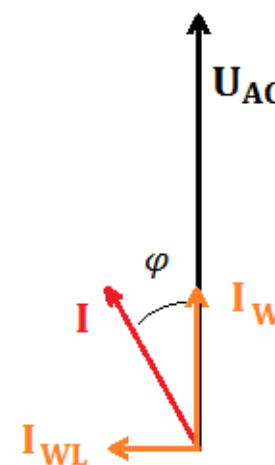
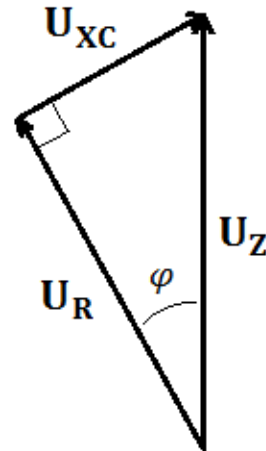
$$S = U \cdot I \Rightarrow S = 230 \cdot 2,44 = \mathbf{561 \text{ VA}}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow P = 230 \cdot 2,44 \cdot \cos(29,7) = \mathbf{487 \text{ W}}$$

$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) \Rightarrow Q = 230 \cdot 2,44 \cdot \sin(29,7) = \mathbf{278 \text{ var}}$$



Spændingstrekanter: Vektordiagram: Impedanstrekanter:



# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$

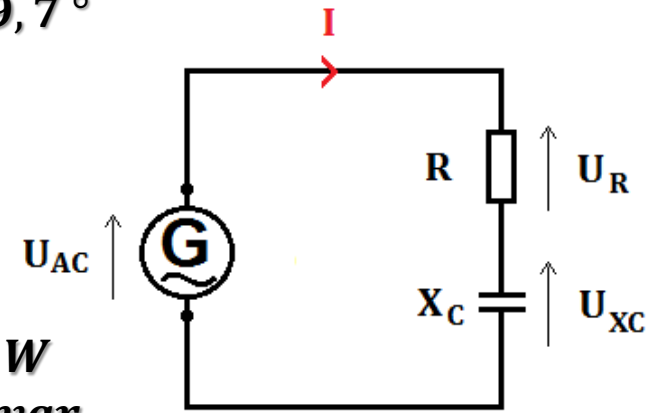
$$I \angle \varphi = 2,44 \text{ A} \angle 29,7^\circ$$

De i kredsen afsatte effekter:

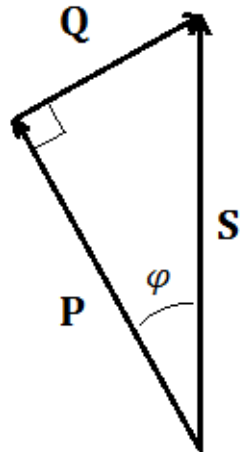
$$S = U \cdot I \Rightarrow S = 230 \cdot 2,44 = \mathbf{561 \text{ VA}}$$

$$P = U \cdot I \cdot \cos(\varphi) \Rightarrow P = 230 \cdot 2,44 \cdot \cos(29,7) = \mathbf{487 \text{ W}}$$

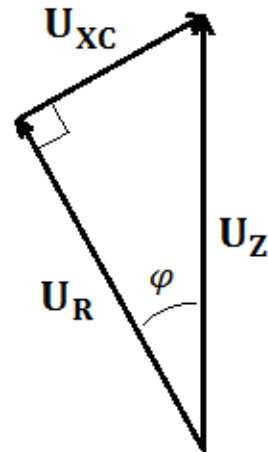
$$Q = U \cdot I \cdot \sin(\varphi) \Rightarrow Q = 230 \cdot 2,44 \cdot \sin(29,7) = \mathbf{278 \text{ var}}$$



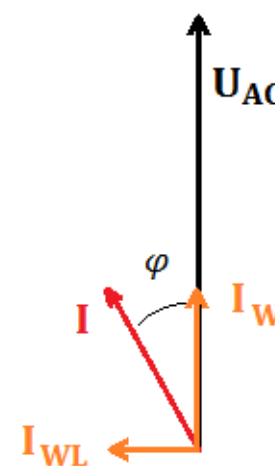
Effekttrekant:



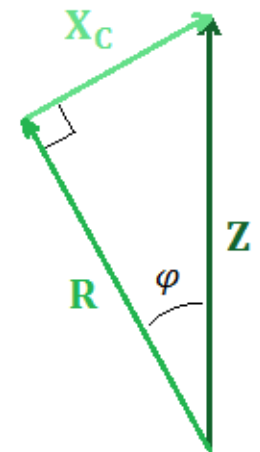
Spændingstrekan:



Vektordiagram:



Impedanstrekant:



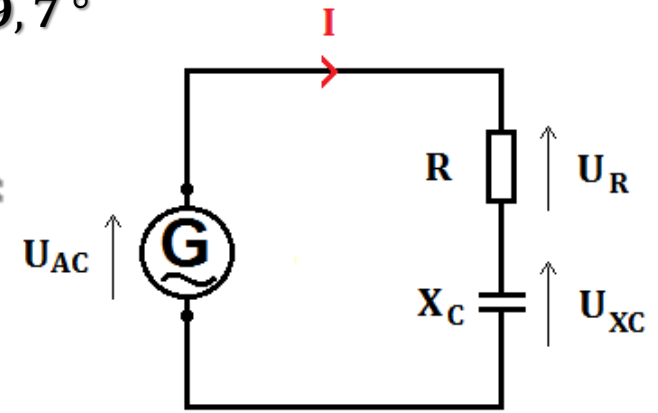
# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$

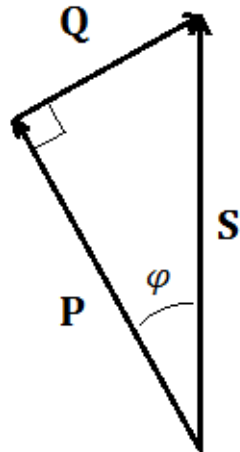
$$I \angle \varphi = 2,44 \text{ A} \angle 29,7^\circ$$

## Eksempler på alternative effektberegningmetoder:

- ❶  $S = I^2 \cdot Z = 2,44^2 \cdot 94,4 = 562 \text{ VA}$
- ❷  $P = I^2 \cdot R = 2,44^2 \cdot 82 = 488 \text{ W}$  (*meget brugt!*)



Effekttrekant:

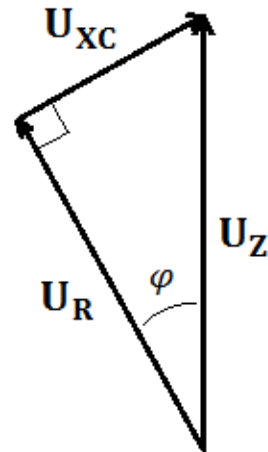


$$S = 561 \text{ VA}$$

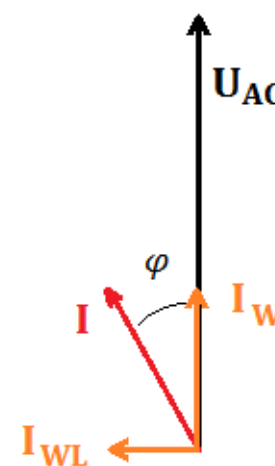
$$P = 487 \text{ W}$$

$$Q = 278 \text{ var}$$

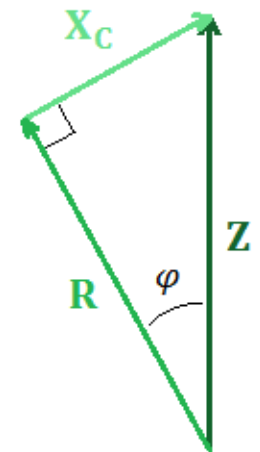
Spændingstrekan:



Vektordiagram:



Impedanstrekant:



# AC Impedansbegrebet

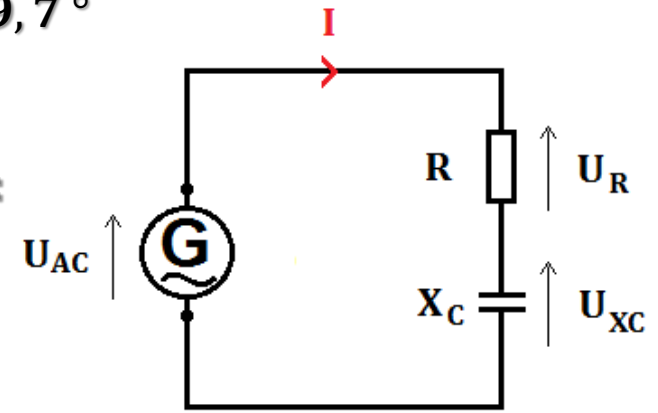
$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$

$$I \angle \varphi = 2,44 \text{ A} \angle 29,7^\circ$$

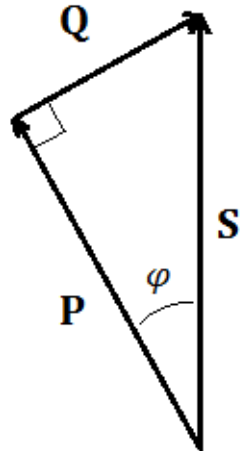
Eksempler på alternative effektberegningmetoder:

③  $Q = I^2 \cdot X_C = 2,44^2 \cdot 46,8 = 279 \text{ var}$

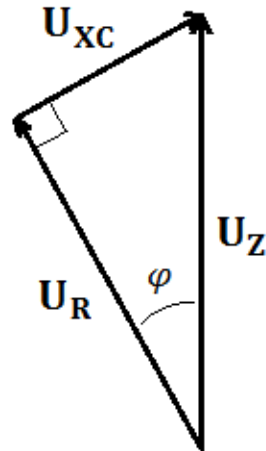
④  $P = \frac{U_R^2}{R} = \frac{200^2}{82} = 488 \text{ W}$



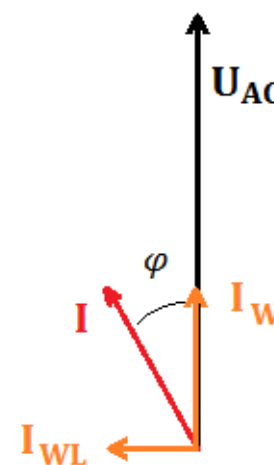
Effekttrekant:



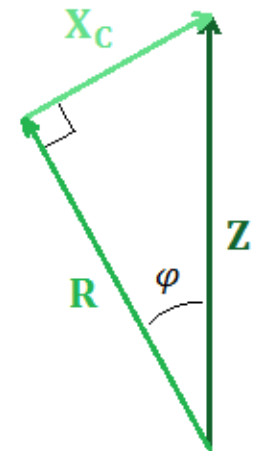
Spændingstrekan:



Vektordiagram:



Impedanstrekant:



$$S = 561 \text{ VA}$$

$$P = 487 \text{ W}$$

$$Q = 278 \text{ var}$$

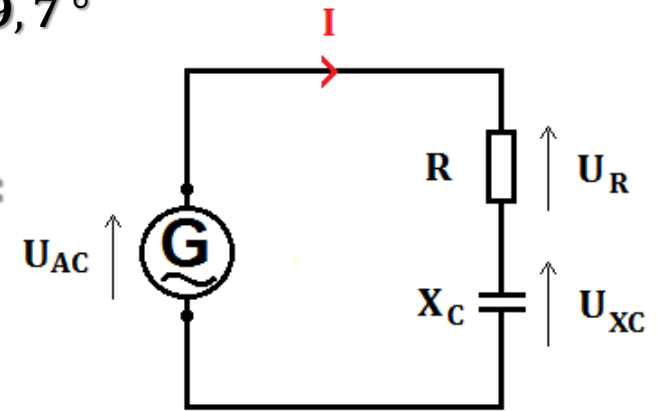
# AC Impedansbegrebet

$$X_C = 46,8 \Omega, \quad R = 82 \Omega, \quad Z \angle \varphi = 94,4 \Omega \angle -29,7^\circ$$

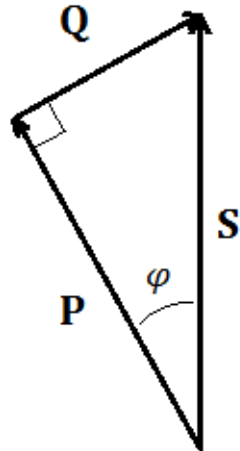
$$I \angle \varphi = 2,44 \text{ A} \angle 29,7^\circ$$

Eksempler på alternative effektberegningmetoder:

⑤  $Q = \frac{U_{XC}^2}{X_C} = \frac{114^2}{46,8} = 278 \text{ var}$



Effekttrekant:

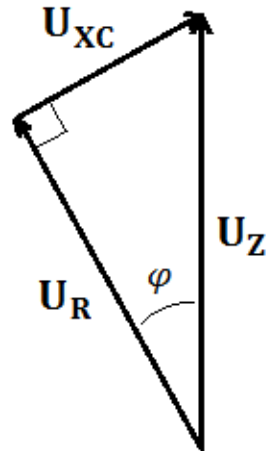


$$S = 561 \text{ VA}$$

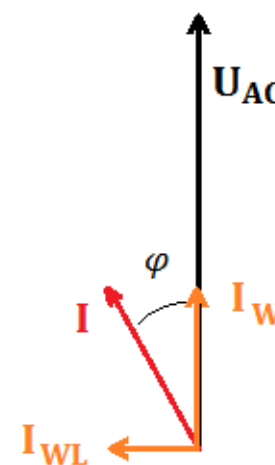
$$P = 487 \text{ W}$$

$$Q = 278 \text{ var}$$

Spændingstrekan:



Vektordiagram:



Impedanstrekant:

