

### Andengradsligningens bevis:

Grundformen for en andengradsligning ser således ud:

$$Ax^2 + Bx + C = 0 \quad A \neq 0$$

⇕

$$\frac{Ax^2}{A} + \frac{B}{A}x + \frac{C}{A} = 0$$

*Dividerer med A i alle led.*

⇕

$$x^2 + \frac{B}{A}x + \frac{C}{A} = 0$$

⇕

$$x^2 + 2\frac{B}{2A}x + \frac{C}{A} = 0$$

*Ganger og dividerer det ene led med 2 (fordi man kan).*

⇕

$$x^2 + 2\frac{B}{2A}x + \frac{C}{A} + \frac{B^2}{(2A)^2} = 0 + \frac{B^2}{(2A)^2}$$

*Adderer leddet, markeret med grønt, på begge sider af lighedstegnet.*

⇕

$$x^2 + 2\frac{B}{2A}x + \frac{B^2}{(2A)^2} - \frac{B^2}{(2A)^2} + \frac{C}{A} = 0$$

*Subtraherer leddet, markeret med grønt, på begge sider af lighedstegnet, vælger at lade det stå på venstre side, selvom de går ud mod hinanden.*

⇕

$$\left(x^2 + 2\frac{B}{2A}x + \frac{B^2}{(2A)^2}\right) - \frac{B^2}{(2A)^2} + \frac{C}{A} = 0$$

*Vælger at sætte det første i en parentes.*

⇕

$$\left(x + \frac{B}{2A}\right)^2 - \frac{B^2}{(2A)^2} + \frac{C}{A} = 0$$

⇕

#### Sidebevis:

*Kvadratet på en toleddet størrelse:*

$$\left(x^2 + 2\frac{B}{2A}x + \frac{B^2}{(2A)^2}\right)$$

⇕

$$\left(x + \frac{B}{2A}\right)^2$$

*Det erstattes i ligningen til venstre.*

$$\left(x + \frac{B}{2A}\right)^2 = \frac{B^2}{(2A)^2} - \frac{C}{A}$$

⇕

$$\left(x + \frac{B}{2A}\right)^2 = \frac{B^2}{4A^2} - \frac{C}{A}$$

⇕

$$\left(x + \frac{B}{2A}\right)^2 = \frac{B^2}{4A^2} - \frac{4AC}{4A^2}$$

⇕

$$\left(x + \frac{B}{2A}\right)^2 = \frac{B^2 - 4AC}{4A^2}$$

⇕

$$\left(x + \frac{B}{2A}\right)^2 = \frac{D}{4A^2}$$

⇕

$$\sqrt{\left(x + \frac{B}{2A}\right)^2} = \sqrt{\frac{D}{4A^2}}$$

⇕

$$x + \frac{B}{2A} = \pm \sqrt{\frac{D}{4A^2}}$$

⇕

$$x + \frac{B}{2A} = \pm \frac{\sqrt{D}}{2A}$$

⇕

$$x = \frac{-B}{2A} \pm \frac{\sqrt{D}}{2A}$$

⇕

$$x = \frac{-B \pm \sqrt{D}}{2A}$$

Flytter på modsat side af lighedstegn.

Regner kvadratroden ud.

Multipliserer med  $4A$  i både tæller og nævner, for at få fællesnævner.

Samler på fælles brøkstreg.

Erstatter tælleren i brøken med  $D$ .

$$D = B^2 - 4AC$$

$D$  kaldes også for diskriminanten.

Tager kvadratroden på begge sider.

Kommer til at se således ud, der står  $\pm$  fordi det kommer fra noget i 2. potens, som både kan være positivt og negativt.

Pynter lidt på det.

Isolerer  $x$ .

Samler på fælles brøkstreg, og så ligner den dén formel vi bruger til at udregne andengradsligninger med.