

# ELEKTRISKE KREDSLØB (DC)

Kredsløbstyper:

- Serieforbindelser
- Parallelforbindelser
- Blandede forbindelser

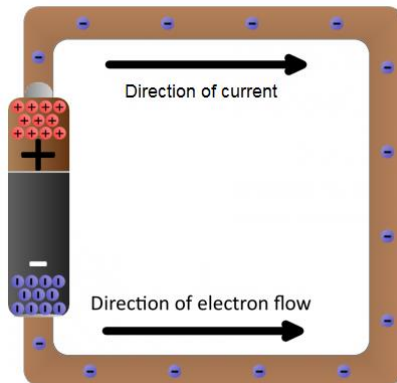
Central lovmæssigheder

- Ohms lov,  
effektformel,  
Kirchhoffs 1. & 2. lov



**AAMS**

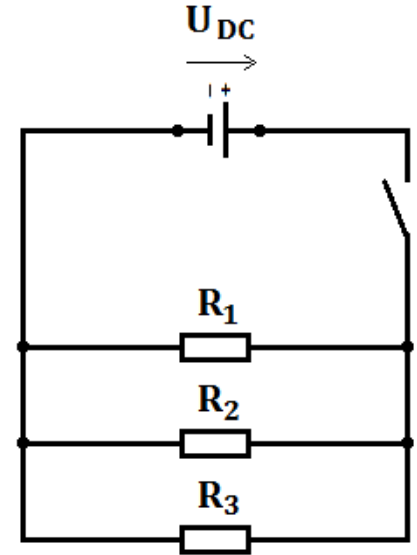
Aarhus Maskinmesterskole  
Aarhus School of Marine and Technical Engineering



KELD DÝRMOSE

# Parallelforbindelser

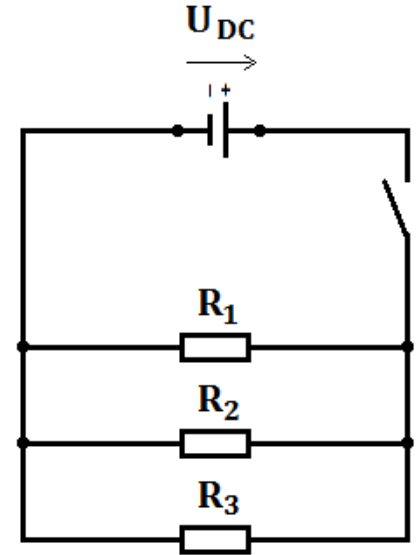
Lad os se nærmere på parallelkredsløbet her til højre:



# Parallelforbindelser

Lad os se nærmere på parallelkredsløbet her til højre:

Allerede inden jeg slutter min kontakt i dette kredsløb, kan jeg med sikkerhed sige, at spændingen over de tre resistanser må være ens og have samme størrelse som batteriets klemspænding ( $U_{DC}$ )

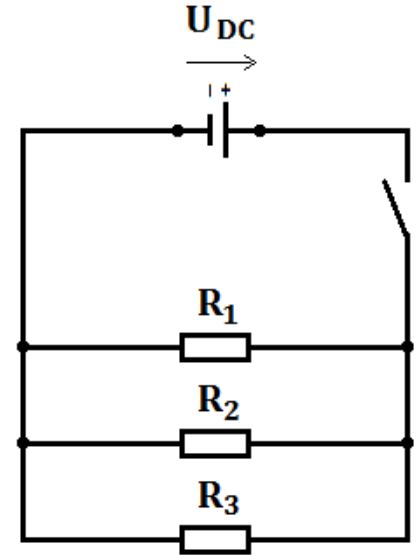


# Parallelforbindelser

Lad os se nærmere på parallelkredsløbet her til højre:

Allerede inden jeg slutter min kontakt i dette kredsløb, kan jeg med sikkerhed sige, at spændingen over de tre resistanser må være ens og have samme størrelse som batteriets klemspænding ( $U_{DC}$ )

Det kan jeg sige med sikkerhed, fordi hver side af resistanserne elektrisk set er samme punkt, som hver side af batteriets klemmer:

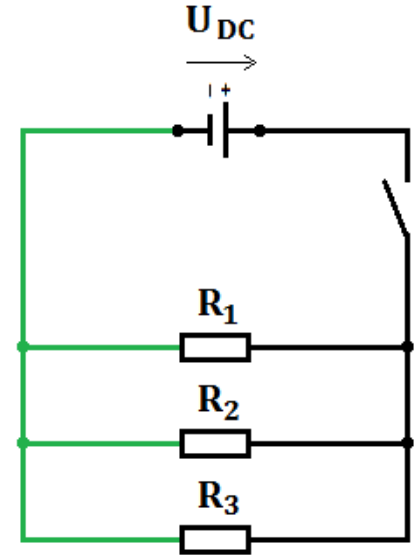


# Parallelforbindelser

Lad os se nærmere på parallelkredsløbet her til højre:

Allerede inden jeg slutter min kontakt i dette kredsløb, kan jeg med sikkerhed sige, at spændingen over de tre resistanser må være ens og have samme størrelse som batteriets klemspænding ( $U_{DC}$ )

Det kan jeg sige med sikkerhed, fordi hver side af resistanserne elektrisk set er samme punkt, som hver side af batteriets klemmer:

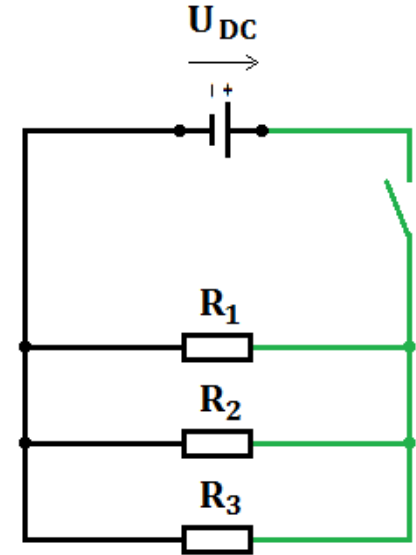


# Parallelforbindelser

Lad os se nærmere på parallelkredsløbet her til højre:

Allerede inden jeg slutter min kontakt i dette kredsløb, kan jeg med sikkerhed sige, at spændingen over de tre resistanser må være ens og have samme størrelse som batteriets klemspænding ( $U_{DC}$ )

Det kan jeg sige med sikkerhed, fordi hver side af resistanserne elektrisk set er samme punkt, som hver side af batteriets klemmer:



# Parallelforbindelser

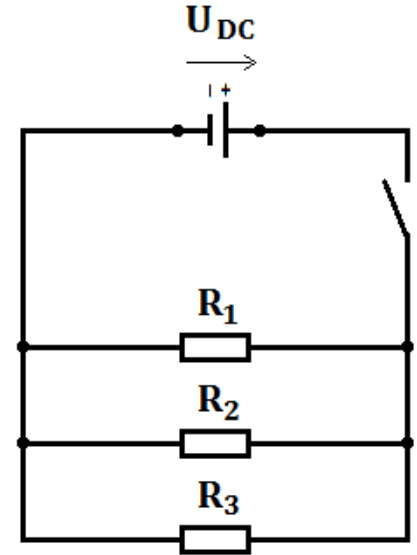
Lad os se nærmere på parallelkredsløbet her til højre:

Allerede inden jeg slutter min kontakt i dette kredsløb, kan jeg med sikkerhed sige, at spændingen over de tre resistanser må være ens og have samme størrelse som batteriets klemspænding ( $U_{DC}$ )

Det kan jeg sige med sikkerhed, fordi hver side af resistanserne elektrisk set er samme punkt, som hver side af batteriets klemmer:

Når spændingen er den samme over hver af de tre resistanser, så må dette medføre, at strømmen gennem resistanserne er forskellige – medmindre resistanserne er ens!

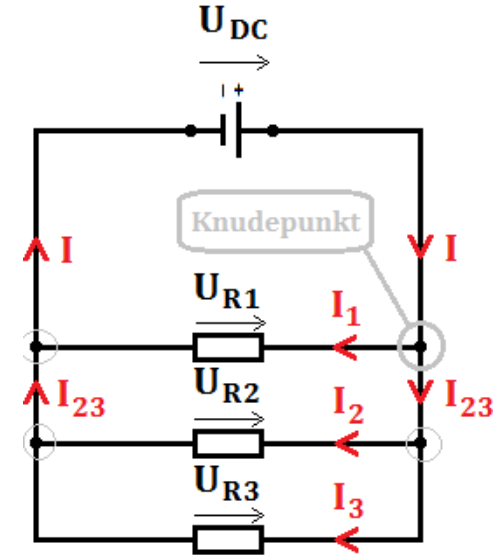
Men lad os slutte kredsløbet



# Parallelforbindelser

Som det ses på det sluttede kredsskema, må strømmen dele sig (eller samle sig), når den "kommer til" et knudepunkt -

f.eks. deler  $I$  sig i to til  $I_1$  og  $I_{23}$





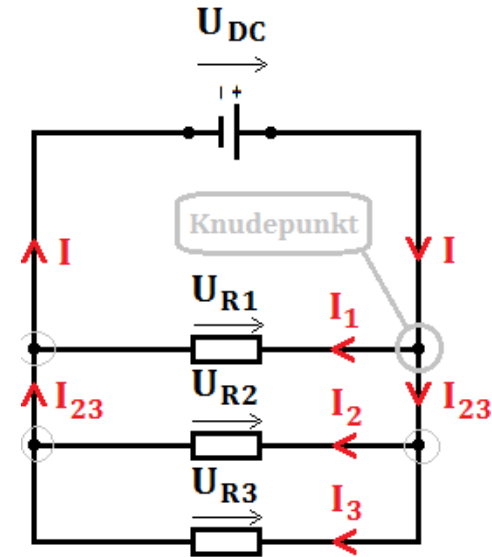
# Parallelforbindelser

Som det ses på det sluttede kredsskema, må strømmen dele sig (eller samle sig), når den "kommer til" et knudepunkt -

f.eks. deler  $I$  sig i to til  $I_1$  og  $I_{23}$

Den enkle lovmæssighed som beskriver hvorledes strømme fordeler eller samler sig, er beskrevet ved **Kirchhoffs 1. lov**:

Summen af strømmene der flyder til et knudepunkt, er lig med summen af strømmene der flyder fra et knudepunkt



# Parallelforbindelser

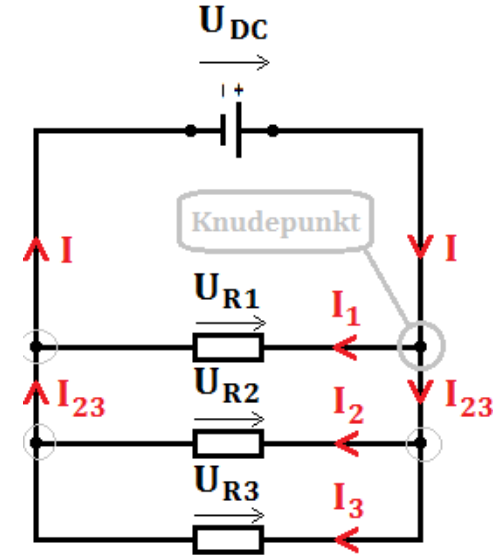
Som det ses på det sluttede kredsskema, må strømmen dele sig (eller samle sig), når den "kommer til" et knudepunkt -

f.eks. deler  $I$  sig i to til  $I_1$  og  $I_{23}$

Den enkle lovmæssighed som beskriver hvorledes strømme fordeler eller samler sig, er beskrevet ved **Kirchhoffs 1. lov**:

Summen af strømmene der flyder til et knudepunkt, er lig med summen af strømmene der flyder fra et knudepunkt

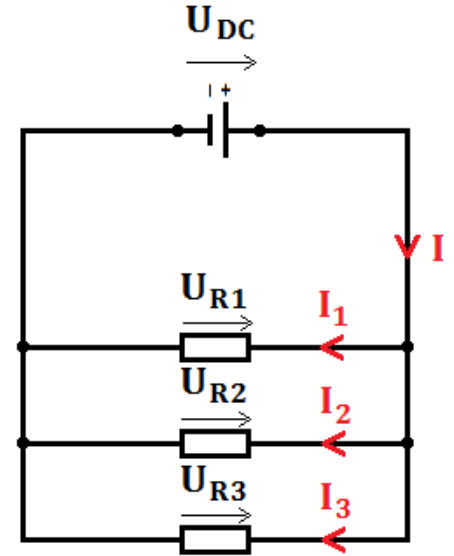
Men lad os forenkle kredsskemaet mht. viste strømme, og opstille en sammenhæng for strømmene ved anvendelse af Kirchhoffs 1. lov



# Parallelforbindelser

Summen af de tre delstrømme gennem resistanserne, skal ifølge Kirchhoff være lig med strømmen  $I$ :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad \Leftrightarrow$$

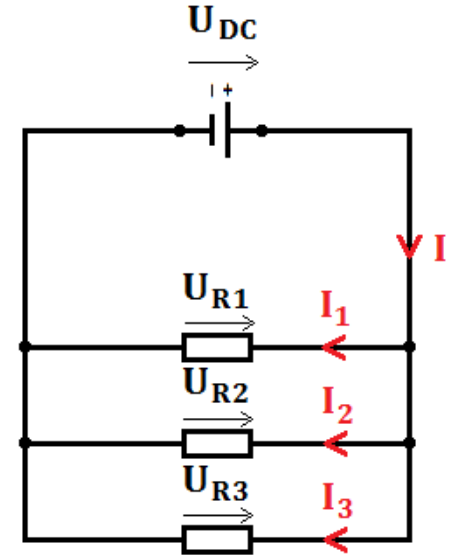


# Parallelforbindelser

Summen af de tre delstrømme gennem resistanserne, skal ifølge Kirchhoff være lig med strømmen  $I$ :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad \Leftrightarrow$$

Set fra batteriets klemmer opleves de tre resistanser som en eller anden samlet ydre belastning, og denne erstatningsresistans kunne vi her i parallelkredsen kalde for  $R_P$



# Parallelforbindelser

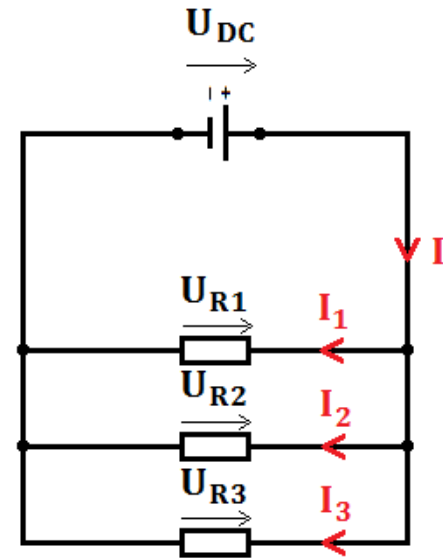
Summen af de tre delstrømme gennem resistanserne, skal ifølge Kirchhoff være lig med strømmen  $I$ :

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad \Leftrightarrow$$

Set fra batteriets klemmer opleves de tre resistanser som en eller anden samlet ydre belastning, og denne erstatningsresistans kunne vi her i parallelkredsen kalde for  $R_P$

De fire strømme erstattes nu med deres respektive udtryk fra Ohms lov:

$$\frac{U_{DC}}{R_P} = \frac{U_{DC}}{R_1} + \frac{U_{DC}}{R_2} + \frac{U_{DC}}{R_3} \quad \Leftrightarrow$$



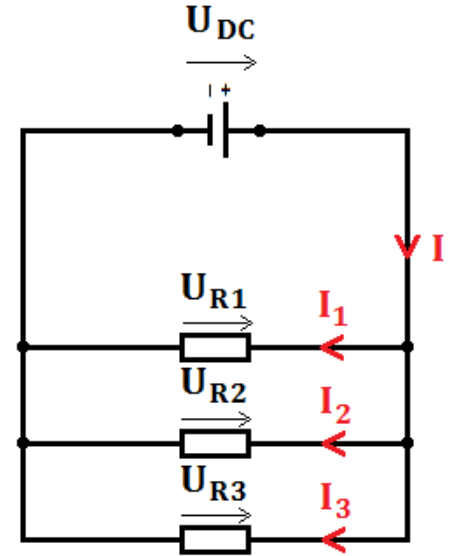
# Parallelforbindelser

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{U_{DC}}{R_P} = \frac{U_{DC}}{R_1} + \frac{U_{DC}}{R_2} + \frac{U_{DC}}{R_3} \quad \Leftrightarrow$$

Herefter divideres der igennem i alle led med  $U_{DC}$  og vi får:

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad [\Omega]$$



# Parallelforbindelser

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \quad \Leftrightarrow$$

$$\frac{U_{DC}}{R_P} = \frac{U_{DC}}{R_1} + \frac{U_{DC}}{R_2} + \frac{U_{DC}}{R_3} \quad \Leftrightarrow$$

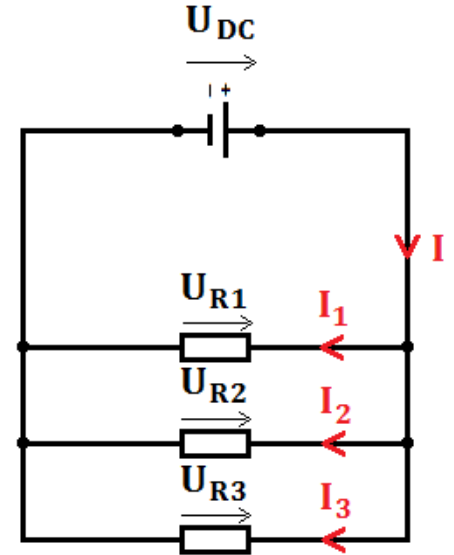
Herefter divideres der igennem i alle led med  $U_{DC}$  og vi får:

$$\frac{1}{R_P} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \quad [\Omega]$$

Reciprokreglen for summering af resistanser i parallel, gælder uanset antallet resistanser i parallel.

Man kan finde erstatningsresistansen med følgende to ligninger:

$$\Leftrightarrow R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \quad \Leftrightarrow R_P = (R_1^{-1} + R_2^{-1} + R_3^{-1})^{-1}$$



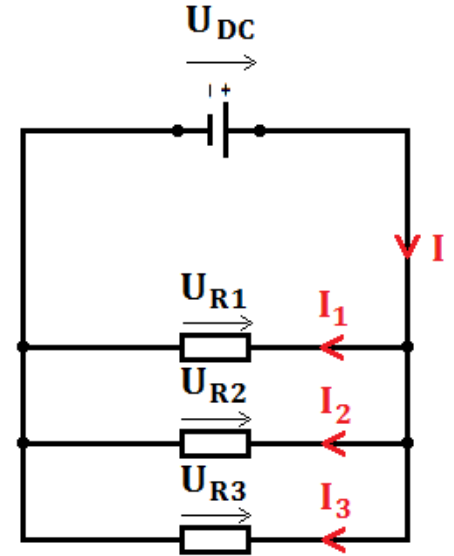
# Parallelforbindelser

## Beregningseksempel:

Vi har et parallelkredsløb hvori der indgår en spændingskilde, hvis klemspænding kan antages konstant med værdien  $U_{DC} = 40\text{ V}$ , samt tre resistanser med værdierne:

$$R_1 = 47\ \Omega, \quad R_2 = 100\ \Omega, \quad R_3 = 330\ \Omega$$

(samme værdier som i eksemplet fra seriekredsløb, så der kan sammenlignes)





# Parallelforbindelser

## Beregningseksempel:

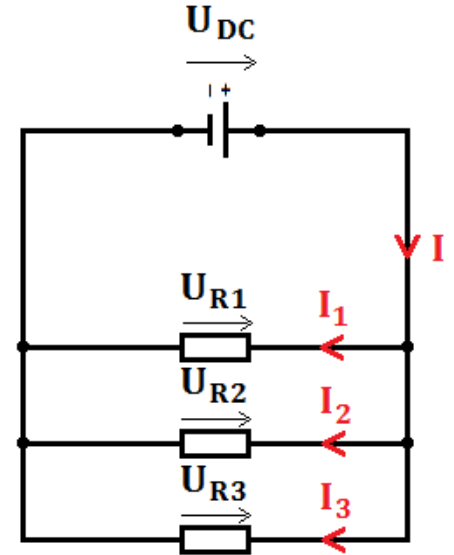
Vi har et parallelkredsløb hvori der indgår en spændingskilde, hvis klemspænding kan antages konstant med værdien  $U_{DC} = 40 \text{ V}$ , samt tre resistanser med værdierne:

$$R_1 = 47 \Omega, \quad R_2 = 100 \Omega, \quad R_3 = 330 \Omega$$

(samme værdier som i eksemplet fra seriekredsløb, så der kan sammenlignes)

## Spørgsmålene er nu følgende:

1. Hvad er kredsens erstatningsresistans?
2. Hvilken strømstyrke er strømmen  $I$ ?
3. Hvilke strømstyrker er de tre delstrømme  $I_1, I_2$  og  $I_3$ ?
4. Hvilken effekt afsættes der i hver af de tre resistanser?

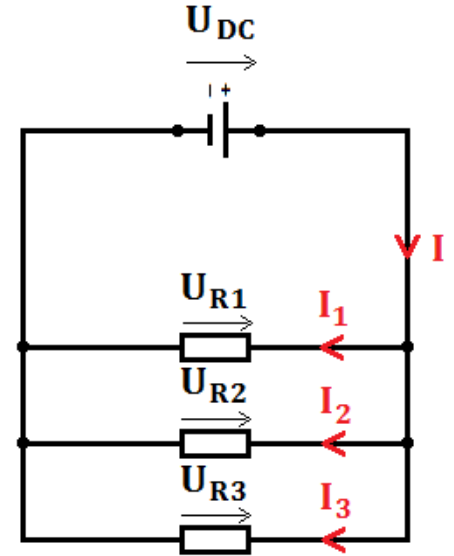


# Parallelforbindelser

1. Hvad er kredsens erstatningsresistans?

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \Rightarrow$$

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{47} + \frac{1}{100} + \frac{1}{330}} \Leftrightarrow$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 40 \text{ V} \\ R_1 &= 47 \text{ } \Omega \\ R_2 &= 100 \text{ } \Omega \\ R_3 &= 330 \text{ } \Omega \end{aligned}$$

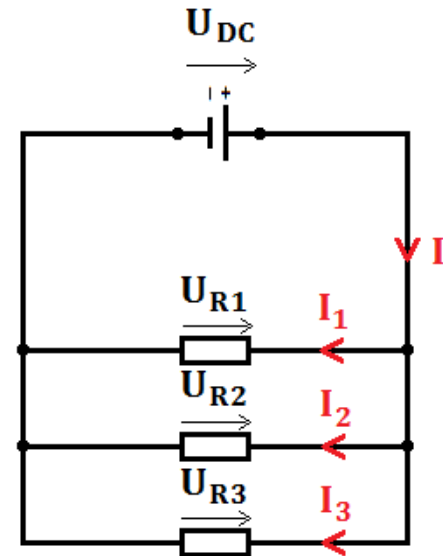
# Parallelforbindelser

1. Hvad er kredsens erstatningsresistans?

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \Rightarrow$$

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{47} + \frac{1}{100} + \frac{1}{330}} \Leftrightarrow$$

$$R_P = 29,1 \Omega$$



$$U_{DC} = 40 \text{ V}$$

$$R_1 = 47 \Omega$$

$$R_2 = 100 \Omega$$

$$R_3 = 330 \Omega$$

$$R_P = 29,1 \Omega$$

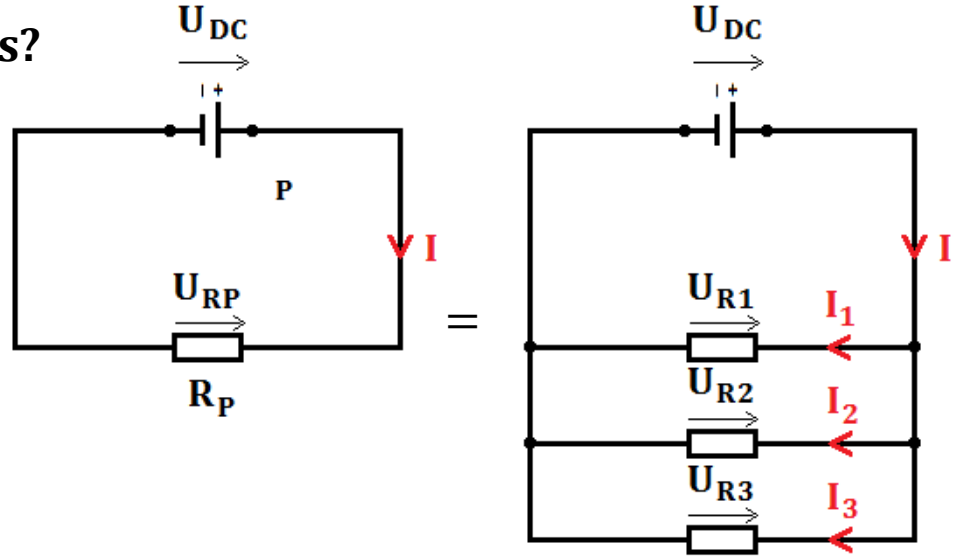
# Parallelforbindelser

1. Hvad er kredsens erstatningsresistans?

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \Rightarrow$$

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{47} + \frac{1}{100} + \frac{1}{330}} \Leftrightarrow$$

$$R_P = 29,1 \Omega$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 40 \text{ V} \\ R_1 &= 47 \Omega \\ R_2 &= 100 \Omega \\ R_3 &= 330 \Omega \\ R_P &= 29,1 \Omega \end{aligned}$$

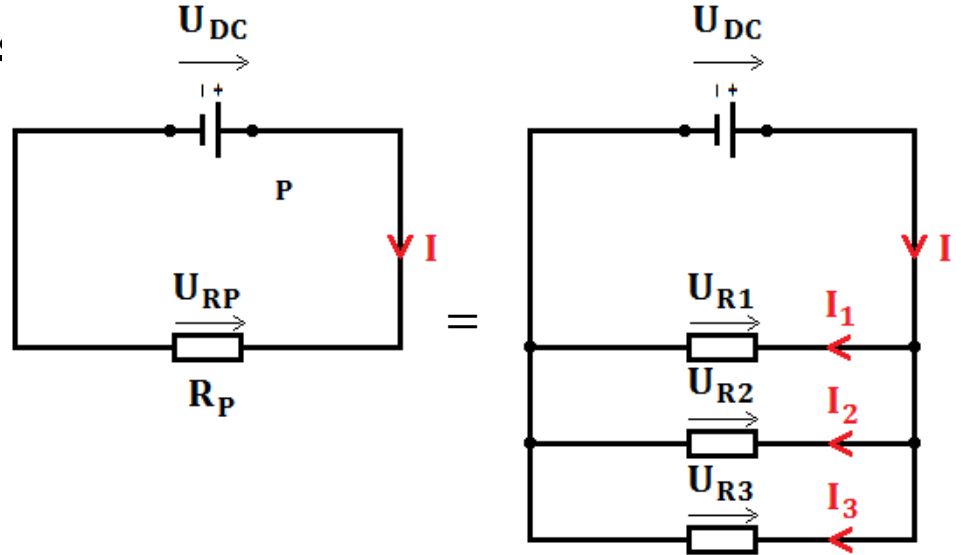
# Parallelforbindelser

1. Hvad er kredsens erstatningsresistan:

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} \Rightarrow$$

$$R_P = \frac{1}{\frac{1}{47} + \frac{1}{100} + \frac{1}{330}} \Leftrightarrow$$

$$R_P = 29,1 \Omega$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 40 \text{ V} \\ R_1 &= 47 \Omega \\ R_2 &= 100 \Omega \\ R_3 &= 330 \Omega \\ R_P &= 29,1 \Omega \end{aligned}$$

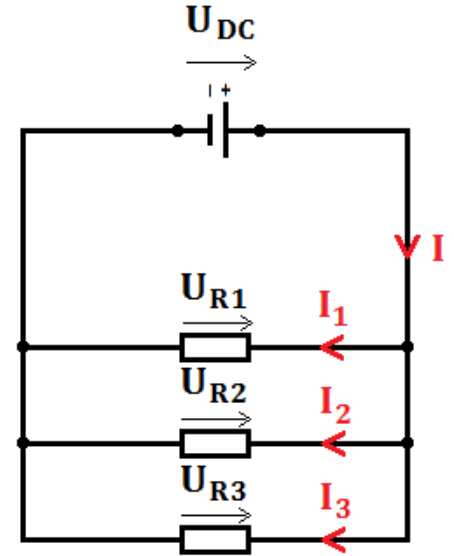
Læg mærke til, at erstatningsresistansen i et parallelkredsløb **altid** er mindre end den mindste resistans i kredsløbet!

Videre vil erstatningsresistansen af to parallelle resistanser af samme værdi, **altid** være præcis den 1/2 Ohmske værdi af den ene resistans, og for tre ens ville erstatningsresistansen være præcis 1/3 af én resistans' Ohmske værdi.

# Parallelforbindelser

2. Hvilken strømstyrke er strømmen  $I$ ?

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow I = \frac{U_{DC}}{R_P} \Rightarrow$$



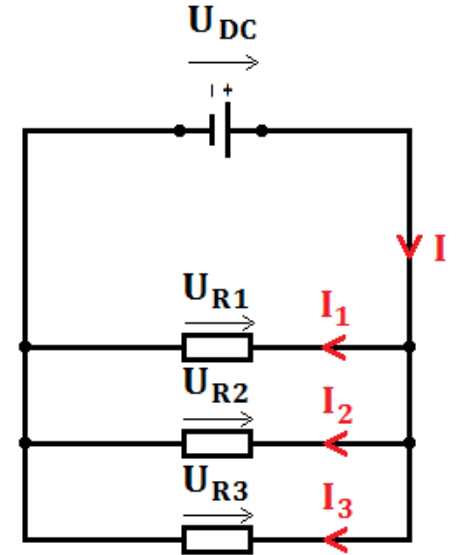
$$\begin{aligned} U_{DC} &= 40 \text{ V} \\ R_1 &= 47 \Omega \\ R_2 &= 100 \Omega \\ R_3 &= 330 \Omega \\ R_P &= 29,1 \Omega \end{aligned}$$

# Parallelforbindelser

2. Hvilken strømstyrke er strømmen  $I$ ?

$$I = \frac{U}{R} \Rightarrow I = \frac{U_{DC}}{R_P} \Rightarrow$$

$$I = \frac{40}{29,1} \Leftrightarrow I = 1,37 \text{ A}$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 40 \text{ V} \\ R_1 &= 47 \Omega \\ R_2 &= 100 \Omega \\ R_3 &= 330 \Omega \\ R_P &= 29,1 \Omega \\ I &= 1,37 \text{ A} \end{aligned}$$

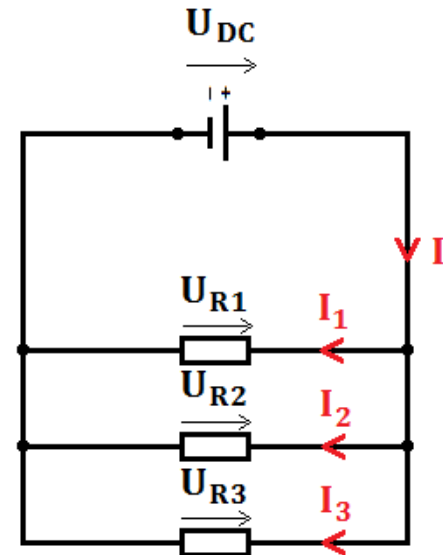
# Parallelforbindelser

3. Hvilke strømstyrker er de tre delstrømme  $I_1$ ,  $I_2$  og  $I_3$ ?

$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} \Rightarrow$$

$$I_2 = \frac{U_{R2}}{R_2} \Rightarrow$$

$$I_3 = \frac{U_{R3}}{R_3} \Rightarrow$$



$$U_{DC} = 40 \text{ V}$$

$$R_1 = 47 \Omega$$

$$R_2 = 100 \Omega$$

$$R_3 = 330 \Omega$$

$$R_p = 29,1 \Omega$$

$$I = 1,37 \text{ A}$$



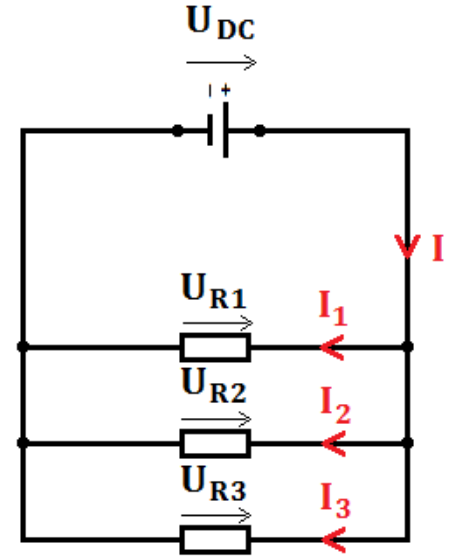
# Parallelforbindelser

3. Hvilke strømstyrker er de tre delstrømme  $I_1$ ,  $I_2$  og  $I_3$ ?

$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{40}{47} \Leftrightarrow$$

$$I_2 = \frac{U_{R2}}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{40}{100} \Leftrightarrow$$

$$I_3 = \frac{U_{R3}}{R_3} \Rightarrow I_3 = \frac{40}{330} \Leftrightarrow$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 40 \text{ V} \\ R_1 &= 47 \ \Omega \\ R_2 &= 100 \ \Omega \\ R_3 &= 330 \ \Omega \\ R_p &= 29,1 \ \Omega \\ I &= 1,37 \text{ A} \end{aligned}$$

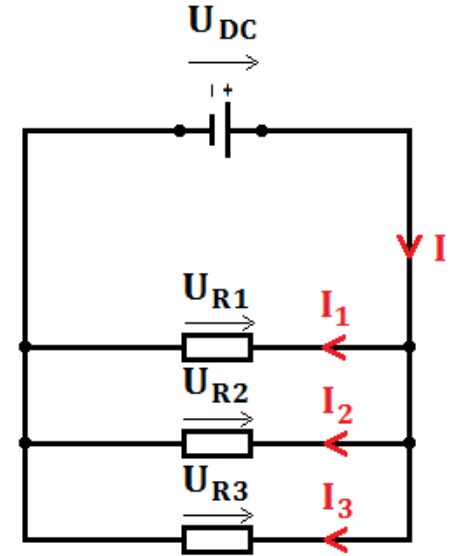
# Parallelforbindelser

3. Hvilke strømstyrker er de tre delstrømme  $I_1$ ,  $I_2$  og  $I_3$ ?

$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{40}{47} \Leftrightarrow I_1 = 0,85 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_{R2}}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{40}{100} \Leftrightarrow I_2 = 0,40 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_{R3}}{R_3} \Rightarrow I_3 = \frac{40}{330} \Leftrightarrow I_3 = 0,12 \text{ A}$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 40 \text{ V} \\ R_1 &= 47 \Omega \\ R_2 &= 100 \Omega \\ R_3 &= 330 \Omega \\ R_p &= 29,1 \Omega \\ I &= 1,37 \text{ A} \\ I_1 &= 0,85 \text{ A} \\ I_2 &= 0,40 \text{ A} \\ I_3 &= 0,12 \text{ A} \end{aligned}$$

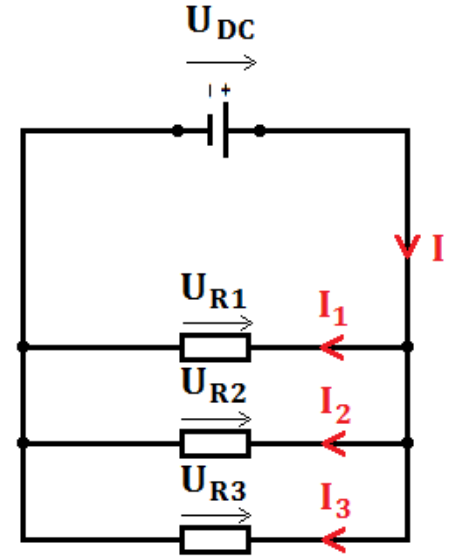
# Parallelforbindelser

3. Hvilke strømstyrker er de tre delstrømme  $I_1, I_2$  og  $I_3$ ?

$$I_1 = \frac{U_{R1}}{R_1} \Rightarrow I_1 = \frac{40}{47} \Leftrightarrow I_1 = 0,85 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{U_{R2}}{R_2} \Rightarrow I_2 = \frac{40}{100} \Leftrightarrow I_2 = 0,40 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{U_{R3}}{R_3} \Rightarrow I_3 = \frac{40}{330} \Leftrightarrow I_3 = 0,12 \text{ A}$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 40 \text{ V} \\ R_1 &= 47 \Omega \\ R_2 &= 100 \Omega \\ R_3 &= 330 \Omega \\ R_p &= 29,1 \Omega \\ I &= 1,37 \text{ A} \\ I_1 &= 0,85 \text{ A} \\ I_2 &= 0,40 \text{ A} \\ I_3 &= 0,12 \text{ A} \end{aligned}$$

Som kontrolberegning kan man benytte Kirchhoffs 1. lov, hvor summen af strømme der løber fra et knudepunkt skal være lig med summen af strømme som løber til knudepunktet:

$$I = I_1 + I_2 + I_3 \Rightarrow 1,37 = 0,85 + 0,40 + 0,12 \Leftrightarrow 1,37 \text{ A} = 1,37 \text{ A}: OK$$

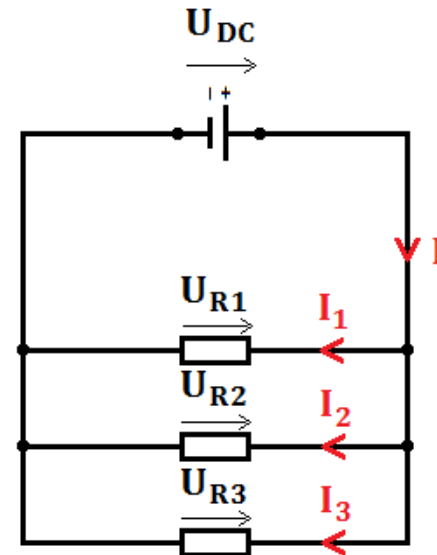
# Parallelforbindelser

4. Hvilken effekt afsættes der i hver af de tre resistanser?

$$P_{R1} = U_{R1} \cdot I_1 \Rightarrow$$

$$P_{R2} = I_2^2 \cdot R_2 \Rightarrow$$

$$P_{R3} = \frac{U_{R3}^2}{R_3} \Rightarrow$$



$$U_{DC} = 40 \text{ V}$$

$$R_1 = 47 \Omega$$

$$R_2 = 100 \Omega$$

$$R_3 = 330 \Omega$$

$$R_p = 29,1 \Omega$$

$$I = 1,37 \text{ A}$$

$$I_1 = 0,85 \text{ A}$$

$$I_2 = 0,40 \text{ A}$$

$$I_3 = 0,12 \text{ A}$$

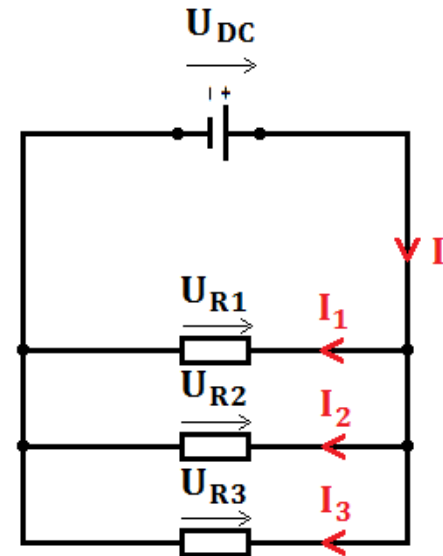
# Parallelforbindelser

## 4. Hvilken effekt afsættes der i hver af de tre resistanser?

$$P_{R1} = U_{R1} \cdot I_1 \Rightarrow P_{R1} = 40 \cdot 0,85 \Leftrightarrow$$

$$P_{R2} = I_2^2 \cdot R_2 \Rightarrow P_{R2} = 0,40^2 \cdot 100 \Leftrightarrow$$

$$P_{R3} = \frac{U_{R3}^2}{R_3} \Rightarrow P_{R3} = \frac{40^2}{330} \Leftrightarrow$$



$$U_{DC} = 40 \text{ V}$$

$$R_1 = 47 \Omega$$

$$R_2 = 100 \Omega$$

$$R_3 = 330 \Omega$$

$$R_p = 29,1 \Omega$$

$$I = 1,37 \text{ A}$$

$$I_1 = 0,85 \text{ A}$$

$$I_2 = 0,40 \text{ A}$$

$$I_3 = 0,12 \text{ A}$$

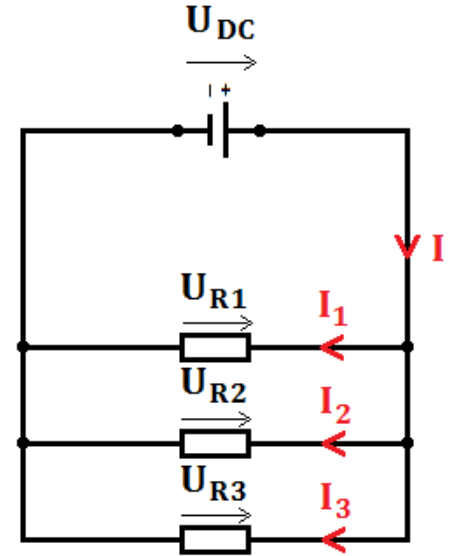
# Parallelforbindelser

## 4. Hvilken effekt afsættes der i hver af de tre resistanser?

$$P_{R1} = U_{R1} \cdot I_1 \Rightarrow P_{R1} = 40 \cdot 0,85 \Leftrightarrow P_{R1} = 34 \text{ W}$$

$$P_{R2} = I_2^2 \cdot R_2 \Rightarrow P_{R2} = 0,40^2 \cdot 100 \Leftrightarrow P_{R2} = 16 \text{ W}$$

$$P_{R3} = \frac{U_{R3}^2}{R_3} \Rightarrow P_{R3} = \frac{40^2}{330} \Leftrightarrow P_{R3} = 4,85 \text{ W}$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 40 \text{ V} \\ R_1 &= 47 \Omega \\ R_2 &= 100 \Omega \\ R_3 &= 330 \Omega \\ R_p &= 29,1 \Omega \\ I &= 1,37 \text{ A} \\ I_1 &= 0,85 \text{ A} \\ I_2 &= 0,40 \text{ A} \\ I_3 &= 0,12 \text{ A} \end{aligned}$$

# Parallelforbindelser

## 4. Hvilken effekt afsættes der i hver af de tre resistanser?

$$P_{R1} = U_{R1} \cdot I_1 \Rightarrow P_{R1} = 40 \cdot 0,85 \Leftrightarrow P_{R1} = 34 \text{ W}$$

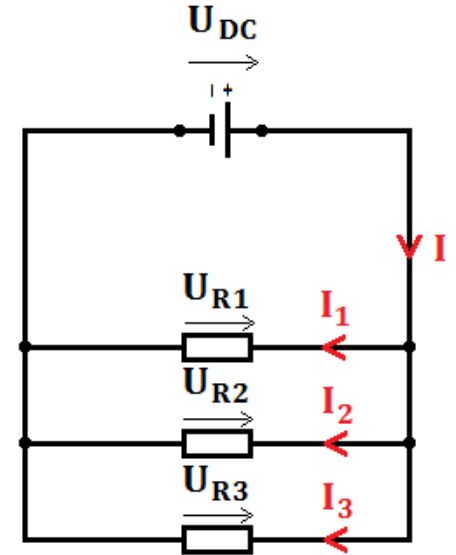
$$P_{R2} = I_2^2 \cdot R_2 \Rightarrow P_{R2} = 0,40^2 \cdot 100 \Leftrightarrow P_{R2} = 16 \text{ W}$$

$$P_{R3} = \frac{U_{R3}^2}{R_3} \Rightarrow P_{R3} = \frac{40^2}{330} \Leftrightarrow P_{R3} = 4,85 \text{ W}$$

Kontrol (en af de tre beregningsmetoder vælges):

$$P_P = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} \Leftrightarrow U_{RP} \cdot I = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} \Rightarrow$$

$$40 \cdot 1,37 = 34 + 16 + 4,85 \Leftrightarrow 54,8 \text{ W} = 54,9 \text{ W}: ok$$



$$\begin{aligned} U_{DC} &= 40 \text{ V} \\ R_1 &= 47 \Omega \\ R_2 &= 100 \Omega \\ R_3 &= 330 \Omega \\ R_P &= 29,1 \Omega \\ I &= 1,37 \text{ A} \\ I_1 &= 0,85 \text{ A} \\ I_2 &= 0,40 \text{ A} \\ I_3 &= 0,12 \text{ A} \end{aligned}$$

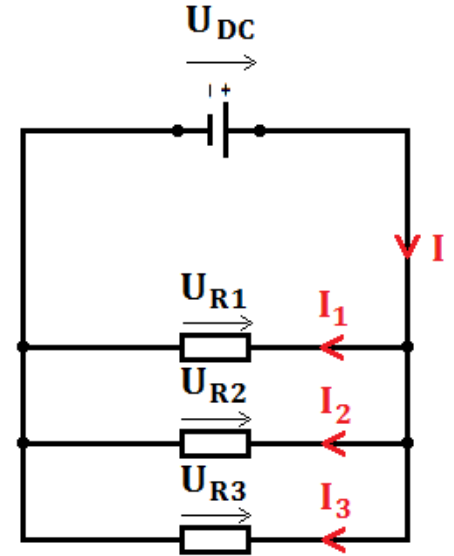
# Parallelforbindelser

## 4. Hvilken effekt afsættes der i hver af de tre resistanser?

$$P_{R1} = U_{R1} \cdot I_1 \Rightarrow P_{R1} = 40 \cdot 0,85 \Leftrightarrow P_{R1} = 34 \text{ W}$$

$$P_{R2} = I_2^2 \cdot R_2 \Rightarrow P_{R2} = 0,40^2 \cdot 100 \Leftrightarrow P_{R2} = 16 \text{ W}$$

$$P_{R3} = \frac{U_{R3}^2}{R_3} \Rightarrow P_{R3} = \frac{40^2}{330} \Leftrightarrow P_{R3} = 4,85 \text{ W}$$



Kontrol (en af de tre beregningsmetoder vælges):

$$P_P = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} \Leftrightarrow U_{RP} \cdot I = P_{R1} + P_{R2} + P_{R3} \Rightarrow$$

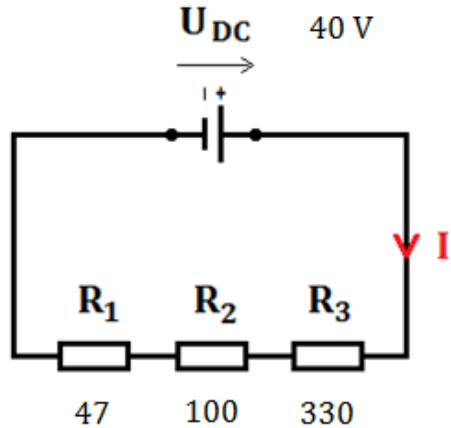
$$40 \cdot 1,37 = 34 + 16 + 4,85 \Leftrightarrow 54,8 \text{ W} = 54,9 \text{ W}: ok$$

Lad os afslutte med at sammenligne effekterne afsat i de to kredsløb med samme klemspænding og samme resistanser, men forbundet i hhv. serie og parallel:

$$\begin{aligned} U_{DC} &= 40 \text{ V} \\ R_1 &= 47 \Omega \\ R_2 &= 100 \Omega \\ R_3 &= 330 \Omega \\ R_P &= 29,1 \Omega \\ I &= 1,37 \text{ A} \\ I_1 &= 0,85 \text{ A} \\ I_2 &= 0,40 \text{ A} \\ I_3 &= 0,12 \text{ A} \end{aligned}$$



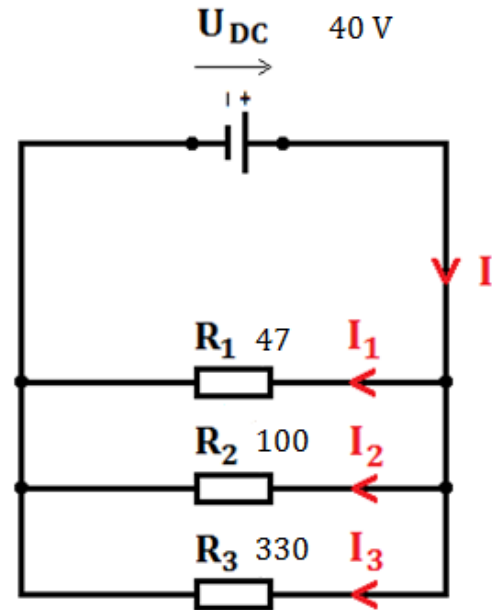
# Parallelforbindelser



$$P_{R1} = 0,331 \text{ W}$$

$$P_{R2} = 0,704 \text{ W}$$

$$P_{R3} = 2,323 \text{ W}$$



$$P_{R1} = 34 \text{ W}$$

$$P_{R2} = 16 \text{ W}$$

$$P_{R3} = 4,85 \text{ W}$$

Som det ses vil den samlede afsatte effekt i et seriekredsløb være meget mindre end den samlede afsatte effekt i de samme resistanser koblet parallelt. Dette skyldes jo at erstatningsresistansen er meget større i et seriekredsløb end i et parallelt kredsløb, og derfor bliver strømmen  $I$  i et seriekredsløb relativt meget mindre, og videre må dette alt andet lige medføre en mindre effektafsættelse.

En anden interessant observation man her kunne gøre sig er, at i et seriekredsløb vil resistansen med den største resistans få mest effekt afsat i sig, mens den største resistans i et parallelkredsløb vil få den mindste effekt afsat i sig. Overvej evt. hvorfor 😊