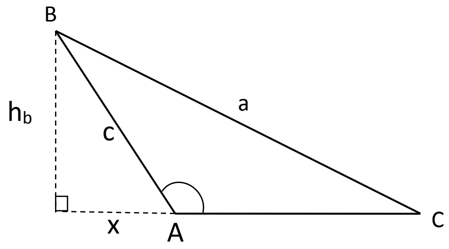
Lasse Klein
AK-B
2014

Bevis for cosinus relationerne (med højde uden for trekant):

Vil bevise at cosinus relationerne også kan bruges, når højden ligger udenfor.



$$\begin{cases} x^2 + {h_b}^2 = c^2 \\ (b+x)^2 + {h_b}^2 = a^2 \end{cases}$$

Benytter Pythagoras' sætning.

$\Downarrow$

$$\begin{cases} {h_b}^2 = c^2 - x^2 \\ {h_b}^2 = a^2 - (b+x)^2 \end{cases}$$

Isolerer h_b i begge formler.

$\Downarrow$

$$a^2 - (b+x)^2 = c^2 - x^2$$

Så kan de to formler stilles lig med hinanden.

$\Downarrow$

$$a^2 = (b+x)^2 + c^2 - x^2$$

Leddet markeret med grønt, flyttes til den modsatte side.

$\Downarrow$

$$a^2 = b^2 + 2bx + x^2 + c^2 - x^2$$

Parentesen udregnes.

$\Downarrow$

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2bx$$

$+x^2$ går ud med $-x^2$

$\Downarrow$

$$a^2 = b^2 + c^2 + 2b \cdot -c \cdot cosA$$

Så vil vi gerne have erstattet x med noget vi kender.

$\Downarrow$

Sidebevis:

$$\cos(vinkel) = \frac{hos}{hyp}$$

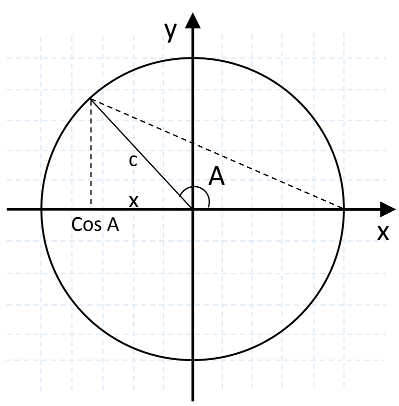
$\Downarrow$

$$-\cos(A) = \frac{x}{c}$$

$\Downarrow$

$$x = c \cdot -cosA$$

Det bliver minus fordi den ligger i 2. kvadrant.



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot cosA$$

De andre udgaver af cosinus relationerne, kan bevises på samme måde.

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cdot cosB$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot cosC$$